

Timide introduction aux mathématiques discrètes

Guillaume CONNAN & Thierry BRUGÈRE

IUT de Nantes - Dpt d'informatique

19 septembre 2011

Sommaire

- 1 Calcul booléen
 - Algèbre de Boole
 - Fonctions booléennes
 - Portes logiques
 - Minimisation de circuits
- 2 Un peu de Python

- fonctions
- La structure conditionnelle
- Les boucles « tant que »
- Les listes
- Les dictionnaires
- Les boucles « pour »

Sommaire

- 1 Calcul booléen
 - Algèbre de Boole
 - Fonctions booléennes
 - Portes logiques
 - Minimisation de circuits
- 2 Un peu de Python

- fonctions
- La structure conditionnelle
- Les boucles « tant que »
- Les listes
- Les dictionnaires
- Les boucles « pour »

Sommaire

1 Calcul booléen

- Algèbre de Boole

- Fonctions booléennes

- Portes logiques

- Minimisation de circuits

2 Un peu de Python

- fonctions

- La structure conditionnelle

- Les boucles « tant que »

- Les listes

- Les dictionnaires

- Les boucles « pour »

$$(\mathcal{P}(E), \cup, \cap, \complement_E, \subseteq, \emptyset, E)$$

$$(B, +, \cdot, \bar{}, \leq, 0, 1)$$

$$(\mathcal{P}(E), \cup, \cap, \complement_E, \subseteq, \emptyset, E)$$

$$(\mathcal{B}, +, \cdot, \bar{}, \leq, 0, 1)$$

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$\emptyset \cup E = E$	$0 + 1 = 1$	$\emptyset \cap E = \emptyset$	$0 \cdot 1 = 0$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Table: Correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$\emptyset \cup A = A$	$0 + a = a$	$\emptyset \cap A = \emptyset$	$0 \cdot a = 0$
$E \cup A = E$	$1 + a = 1$	$E \cap A = A$	$1 \cdot a = a$

Table: Correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Table: Correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Table: Correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$\emptyset \cup A = A$	$0 + a = a$	$\emptyset \cap A = \emptyset$	$0 \cdot a = 0$
$A \cup E = E$	$a + a = 1$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$

Table: Correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Table: Correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Table: Correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Table: Correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$\emptyset \cup E = E$	$0 + 1 = 1$	$\emptyset \cap E = \emptyset$	$0 \cdot 1 = 0$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap A = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$

Table: Correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Tableau de correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Tableau de correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B} .

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Tableau de correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B} .

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Tableau de correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Tableau de correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Tableau de correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Tableau de correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Tableau de correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B} .

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Tableau de correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Tableau de correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Tableau de correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Table: Correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Table: Correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Table: Correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}	$\mathcal{P}(E)$	\mathcal{B}
$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset$	$0 + 0 = 0$	$\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$	$0 \cdot 0 = 0$
$E \cup E = E$	$1 + 1 = 1$	$E \cap E = E$	$1 \cdot 1 = 1$
$A \cup \emptyset = A$	$a + 0 = a$	$A \cap \emptyset = \emptyset$	$a \cdot 0 = 0$
$A \cup E = E$	$a + 1 = 1$	$A \cap E = A$	$a \cdot 1 = a$
$A \cup A = A$	$a + a = a$	$A \cap A = A$	$a \cdot a = a$
$A \cup \bar{A} = E$	$a + \bar{a} = 1$	$A \cap \bar{A} = \emptyset$	$a \cdot \bar{a} = 0$

Table: Correspondance entre $\mathcal{P}(E)$ et \mathcal{B}

Les surprises

- $a+(b \cdot c)$
- $(b \cdot c)+a$
- $a+a$
- $a \cdot a$
- $a+1$
- $(a+b) \cdot (a+c)$
- $a+a \cdot b$
- $a \cdot (a+b)$
- $a \cdot \bar{a}$
- $a+\bar{a}$

Les surprises

- $a+(b \cdot c)$
- $(b \cdot c)+a$
- $a+a$
- $a \cdot a$
- $a+1$
- $(a+b) \cdot (a+c)$
- $a+a \cdot b$
- $a \cdot (a+b)$
- $a \cdot \bar{a}$
- $a+\bar{a}$

Les surprises

- $a + (b \cdot c)$

- $(b \cdot c) + a$

- $a + a$

- $a \cdot a$

- $a + 1$

- $(a + b) \cdot (a + c)$

- $a + a \cdot b$

- $a \cdot (a + b)$

- $a \cdot \bar{a}$

- $a + \bar{a}$

Les surprises

- $a + (b \cdot c)$
- $(b \cdot c) + a$
- $a + a$
- $a \cdot a$
- $a + 1$

- $(a + b) \cdot (a + c)$
- $a + a \cdot b$
- $a \cdot (a + b)$
- $a \cdot \bar{a}$
- $a + \bar{a}$

Les surprises

- $a + (b \cdot c)$
- $(b \cdot c) + a$
- $a + a$
- $a \cdot a$
- $a + 1$

- $(a + b) \cdot (a + c)$
- $a + a \cdot b$
- $a \cdot (a + b)$
- $a \cdot \bar{a}$
- $a + \bar{a}$

Les surprises

- $a + (b \cdot c)$
- $(b \cdot c) + a$
- $a + a$
- $a \cdot a$
- $a + 1$

- $(a + b) \cdot (a + c)$
- $a + a \cdot b$
- $a \cdot (a + b)$
- $a \cdot \bar{a}$
- $a + \bar{a}$

Les surprises

- $a + (b \cdot c)$
- $(b \cdot c) + a$
- $a + a$
- $a \cdot a$
- $a + 1$

- $(a + b) \cdot (a + c)$
- $a + a \cdot b$
- $a \cdot (a + b)$
- $a \cdot \bar{a}$
- $a + \bar{a}$

Les surprises

- $a + (b \cdot c)$
- $(b \cdot c) + a$
- $a + a$
- $a \cdot a$
- $a + 1$

- $(a + b) \cdot (a + c)$
- $a + a \cdot b$
- $a \cdot (a + b)$
- $a \cdot \bar{a}$
- $a + \bar{a}$

Les surprises

- $a + (b \cdot c)$
- $(b \cdot c) + a$
- $a + a$
- $a \cdot a$
- $a + 1$

- $(a + b) \cdot (a + c)$
- $a + a \cdot b$
- $a \cdot (a + b)$
- $a \cdot \bar{a}$
- $a + \bar{a}$

Les surprises

- $a + (b \cdot c)$
- $(b \cdot c) + a$
- $a + a$
- $a \cdot a$
- $a + 1$

- $(a + b) \cdot (a + c)$
- $a + a \cdot b$
- $a \cdot (a + b)$
- $a \cdot \bar{a}$
- $a + \bar{a}$

Les surprises

- $a + (b \cdot c)$
- $(b \cdot c) + a$
- $a + a$
- $a \cdot a$
- $a + 1$

- $(a + b) \cdot (a + c)$
- $a + a \cdot b$
- $a \cdot (a + b)$
- $a \cdot \bar{a}$
- $a + \bar{a}$

Relation d'ordre

$$a \leq b \iff a + b = b$$

$$a \leq b \iff a \cdot b = a$$

$$a \leq b \iff \bar{a} + b = \bar{a} + b$$

$$a \leq b \iff a \cdot \bar{b} = 0$$

$$0 \leq a \cdot b \leq a \leq a + b \leq 1$$

Relation d'ordre

$$a \leq b \iff a + b =$$

$$a \leq b \iff a \cdot b =$$

$$a \leq b \iff \bar{a} + b =$$

$$a \leq b \iff a \cdot \bar{b} =$$

$$0 \leq a \cdot b \leq a \leq a + b \leq 1$$

Relation d'ordre

$$a \leq b \iff a + b =$$

$$a \leq b \iff a \cdot b =$$

$$a \leq b \iff \bar{a} + b =$$

$$a \leq b \iff a \cdot \bar{b} =$$

$$0 \leq a \cdot b \leq a \leq a + b \leq 1$$

Relation d'ordre

$$a \leq b \iff a + b =$$

$$a \leq b \iff a \cdot b =$$

$$a \leq b \iff \bar{a} + b =$$

$$a \leq b \iff a \cdot \bar{b} =$$

$$0 \leq a \cdot b \leq a \leq a + b \leq 1$$

Relation d'ordre

$$a \leq b \iff a + b =$$

$$a \leq b \iff a \cdot b =$$

$$a \leq b \iff \bar{a} + b =$$

$$a \leq b \iff a \cdot \bar{b} =$$

$$0 \leq a \cdot b \leq a \leq a + b \leq 1$$

Algèbre de Boole binaire

$$\mathcal{B}_2$$

Table canonique.

Loi de De Morgan

Table canonique.
Loi de De Morgan

Dualité

- $x(y + z) = xy + xz$: duale ?
- $x + yz$

Dualité

- $x(y + z) = xy + xz$: duale ?
- $x + yz = (x + y)(x + z)$

Dualité

- $x(y + z) = xy + xz$: duale ?
- $x + yz = (x + y)(x + z)$

Dualité

- $x(y + z) = xy + xz$: duale ?
- $x + yz = (x + y)(x + z)$

Sommaire

- 1 Calcul booléen
 - Algèbre de Boole
 - **Fonctions booléennes**
 - Portes logiques
 - Minimisation de circuits
- 2 Un peu de Python

- fonctions
- La structure conditionnelle
- Les boucles « tant que »
- Les listes
- Les dictionnaires
- Les boucles « pour »

Support

$$S_n(f) = \{b \in \mathcal{B}_2^n \mid f(b) = 1\}$$

Fonctions de \mathcal{B}_2^2

x	y	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}
0	0											1					
0	1											0					
1	0											1					
1	1											0					

- littéral positif
- littéral négatif
- monôme booléen

- littéral positif
- littéral négatif
- monôme booléen

- littéral positif
- littéral négatif
- monôme booléen pourquoi?

● polynôme booléen

- littéral positif
- littéral négatif
- monôme booléen pourquoi?
- polynôme booléen

- littéral positif
- littéral négatif
- monôme booléen pourquoi ?
- polynôme booléen

- Un **p-terme minterme**
- Un **p-terme maxterme**

- Un **p-terme minterme**
- Un **s-terme (clause) maxterme**

- Un **p-terme** **minterme**
- Un **s-terme** (clause) **maxterme**

• Un **produit**

- Un **p-terme minterme**
- Un **s-terme (clause) maxterme**
 - Disjonctive
 - Disjonctive canonique

- Un **p-terme minterme**
- Un **s-terme (clause) maxterme**
- **Disjonctive**
 - Disjonctive canonique
 - Conjonctive
 - Conjonctive canonique

- Un **p-terme** **minterme**
- Un **s-terme** (clause) **maxterme**
- **Disjonctive**
- **Disjonctive canonique**
- Conjonctive
- Conjonctive canonique

- Un **p-terme** **minterme**
- Un **s-terme** (clause) **maxterme**
- **Disjonctive**
- **Disjonctive canonique**
- **Conjonctive**
- Conjonctive canonique

- Un **p**-terme **minterme**
- Un **s**-terme (clause) **maxterme**
- **Disjonctive**
- **Disjonctive canonique**
- **Conjonctive**
- **Conjonctive canonique**

Obtenir la forme canonique disjonctive

$$f = f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)\overline{x_3}$$

x_1	x_2	x_3	$x_1 + x_2$	$\overline{x_3}$	$f(x_1, x_2, x_3)$
1	1	1			
1	1	0			
1	0	1			
1	0	0			
0	1	1			
0	1	0			
0	0	1			
0	0	0			

On en déduit aussi la **forme canonique conjonctive**.

Obtenir la forme canonique disjonctive

$$f = f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2)\overline{x_3}$$

x_1	x_2	x_3	$x_1 + x_2$	$\overline{x_3}$	$f(x_1, x_2, x_3)$
1	1	1			
1	1	0			
1	0	1			
1	0	0			
0	1	1			
0	1	0			
0	0	1			
0	0	0			

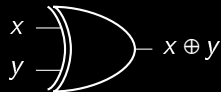
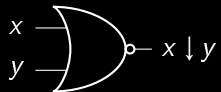
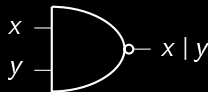
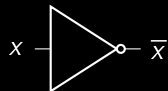
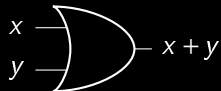
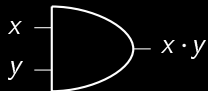
On en déduit aussi la **forme canonique conjonctive**

Sommaire

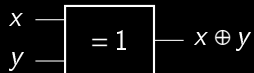
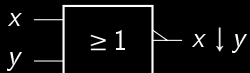
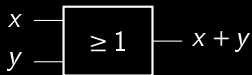
- 1 Calcul booléen
 - Algèbre de Boole
 - Fonctions booléennes
 - Portes logiques
 - Minimisation de circuits
- 2 Un peu de Python

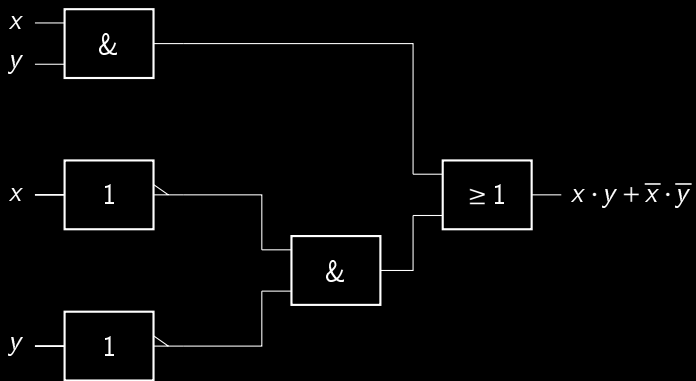
- fonctions
- La structure conditionnelle
- Les boucles « tant que »
- Les listes
- Les dictionnaires
- Les boucles « pour »

Portes US



Portes à l'européenne





Sommaire

1 Calcul booléen

- Algèbre de Boole
- Fonctions booléennes
- Portes logiques
- Minimisation de circuits

2 Un peu de Python

- fonctions
- La structure conditionnelle
- Les boucles « tant que »
- Les listes
- Les dictionnaires
- Les boucles « pour »

Construisez les circuits correspondant à $xyz + x\bar{y}z$ et xz . Des remarques ?

		y	
		0	1
x	0	$\bar{x}\bar{y}$	$\bar{x}y$
	1	$x\bar{y}$	xy

Par exemple, pour $xy + \bar{x}y$ on obtient :

	y	
f	0	1
0		1
1		1

$$f(x, y, z) = x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + xyz + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}\bar{z}.$$

		yz			
		00	01	11	10
x	0	1	0	1	0
	1	1	1	1	0

Alors $f(x, y, z) = \bar{y}\bar{z} + x\bar{y} + yz.$

$$f(x, y, z) = x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + xyz + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}\bar{z}.$$

		yz			
		00	01	11	10
x	0	1	0	1	0
	1	1	1	1	0

Alors $f(x, y, z) = \bar{y}\bar{z} + x\bar{y} + yz.$

$$f(x, y, z) = x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z.$$

		yz			
		00	01	11	10
x	0	1	1	1	0
	1	1	1	0	0

Cette fois, $f(x, y, z) = \bar{y} + \bar{x}z$.

$$f(x, y, z) = x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z.$$

		yz			
		00	01	11	10
x	0	1	1	1	0
	1	1	1	0	0

Cette fois, $f(x, y, z) = \bar{y} + \bar{x}z$.

Écrivez l'expression booléenne correspondant à ce diagramme :

		$x_2 x_3$			
f		00	01	11	10
	00	1	0	0	1
	01	0	0	1	1
	11	0	0	1	1
	10	1	1	0	1

On obtient $f(x_0, x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 + \overline{x_1} x_3 + x_0 \overline{x_1} x_2$

Écrivez l'expression booléenne correspondant à ce diagramme :

		$x_2 x_3$			
f		00	01	11	10
00		1	0	0	1
01	$x_0 x_1$	0	0	1	1
11		0	0	1	1
10		1	1	0	1

On obtient $f(x_0, x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 + \overline{x_1} x_3 + x_0 \overline{x_1} x_2$

Sommaire

- 1 Calcul booléen
 - Algèbre de Boole
 - Fonctions booléennes
 - Portes logiques
 - Minimisation de circuits
- 2 Un peu de Python

- fonctions
- La structure conditionnelle
- Les boucles « tant que »
- Les listes
- Les dictionnaires
- Les boucles « pour »

Sommaire

- 1 Calcul booléen
 - Algèbre de Boole
 - Fonctions booléennes
 - Portes logiques
 - Minimisation de circuits
- 2 Un peu de Python

- **fonctions**
- La structure conditionnelle
- Les boucles « tant que »
- Les listes
- Les dictionnaires
- Les boucles « pour »

```
>>> def f(x):  
...     return x**2  
...  
>>> f(2)  
4
```


Sommaire

- 1 Calcul booléen
 - Algèbre de Boole
 - Fonctions booléennes
 - Portes logiques
 - Minimisation de circuits
- 2 Un peu de Python

- fonctions
- **La structure conditionnelle**
- Les boucles « tant que »
- Les listes
- Les dictionnaires
- Les boucles « pour »

```
def max2(a, b):  
    if a <= b:  
        return b  
    else:  
        return a
```

Sommaire

- 1 Calcul booléen
 - Algèbre de Boole
 - Fonctions booléennes
 - Portes logiques
 - Minimisation de circuits
- 2 Un peu de Python

- fonctions
- La structure conditionnelle
- **Les boucles « tant que »**
- Les listes
- Les dictionnaires
- Les boucles « pour »

```
def pgcd(a, b):  
    while b > 0:  
        a, b = b, a % b  
    return a
```

Sommaire

- 1 Calcul booléen
 - Algèbre de Boole
 - Fonctions booléennes
 - Portes logiques
 - Minimisation de circuits
- 2 Un peu de Python

- fonctions
- La structure conditionnelle
- Les boucles « tant que »
- **Les listes**
- Les dictionnaires
- Les boucles « pour »

```
>>> liste = [12,11,18,7,15,3]
```

```
>>> liste[0]
```

```
12
```

```
>>> liste[:2]
```

```
[12, 11]
```

```
>>> liste[2:]
```

```
[18, 7, 15, 3]
```

```
>>> liste[2:4]
```

```
[18, 7]
```

```
>>> liste[-1]
```

```
3
```

```
>>> tete=liste.pop(0)
```

```
>>> tete
```

```
12
```

```
>>> liste
```

```
[11, 18, 7, 15, 3]
```

```
>>> len(liste)
```

```
5
```

la méthode	son effet
<code>list.append(x)</code>	ajoute l'élément <code>x</code> en fin de liste
<code>list.extend(L)</code>	ajoute en fin de liste les éléments de <code>L</code>
<code>list.insert(i, x)</code>	insère un élément <code>x</code> en position <code>i</code>
<code>list.remove(x)</code>	supprime la première occurrence de <code>x</code>
<code>list.pop(i)</code>	supprime l'élément d'indice <code>i</code> et le renvoie
<code>list.index(x)</code>	renvoie l'indice de la première occurrence de <code>x</code>
<code>list.count(x)</code>	renvoie le nombre d'occurrences de <code>x</code>
<code>list.sort()</code>	modifie la liste en la triant
<code>list.reverse()</code>	modifie la liste en inversant l'ordre des éléments

Sommaire

- 1 Calcul booléen
 - Algèbre de Boole
 - Fonctions booléennes
 - Portes logiques
 - Minimisation de circuits
- 2 Un peu de Python

- fonctions
- La structure conditionnelle
- Les boucles « tant que »
- Les listes
- **Les dictionnaires**
- Les boucles « pour »


```
>>> tel={'Roger' : '02 40 00 00 00', 'Marcelle' : '02 40 00 00 01'}  
>>> tel['Marcelle']  
'02 40 00 00 01'
```

```
>>> tel.has_key('Roger')  
True  
>>> tel.keys()  
['Marcelle', 'Roger']
```

Sommaire

- 1 Calcul booléen
 - Algèbre de Boole
 - Fonctions booléennes
 - Portes logiques
 - Minimisation de circuits
- 2 Un peu de Python
 - fonctions
 - La structure conditionnelle
 - Les boucles « tant que »
 - Les listes
 - Les dictionnaires
 - **Les boucles « pour »**

```
>>> r=range(5)
>>> r
[0, 1, 2, 3, 4]
>>> s=range(3,9)
>>> s
[3, 4, 5, 6, 7, 8]
>>> t=range(3,9,2)
>>> t
[3, 5, 7]
```

```
>>> def f(n):
    for i in range(n):
        print('Je me répète '+str(n)+' fois')
... ..
>>> f(3)
Je me répète 3 fois
Je me répète 3 fois
Je me répète 3 fois
```