Vecteurs et repères du plan

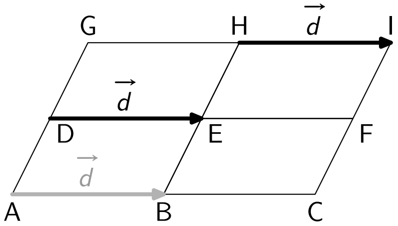
Lycée Jean PERRIN

2$^{\text{nde}}$ 12

Guillaume CONNAN

Sommaire

Nous ne pouvons pas, à notre niveau, donner une définition rigoureuse d'un vecteur du plan. Disons que concrètement, un vecteur est un *déplacement* :


G
H
$\overrightarrow{d}$
I
$\overrightarrow{d}$
D
E
F
$\overrightarrow{d}$
A
B
C

Le *déplacement* de A vers B est le même que celui de D vers E ou de H vers I. On appelle ce *déplacement* un VECTEUR défini par

- une **direction** : celle de la droite (AB) ;
- un **sens** : celui de A vers B ;
- une **norme** : qui est égale à la longueur AB.

Le *déplacement* de A vers B est le même que celui de D vers E ou de H vers I. On appelle ce *déplacement* un VECTEUR défini par

- une **direction** : celle de la droite (AB) ;
- un **sens** : celui de A vers B ;
- une **norme** : qui est égale à la longueur AB.

Le *déplacement* de A vers B est le même que celui de D vers E ou de H vers I. On appelle ce *déplacement* un VECTEUR défini par

- une **direction** : celle de la droite (AB) ;
- un **sens** : celui de A vers B ;
- une **norme** : qui est égale à la longueur AB.

attention !

il ne faut pas confondre *sens* et *direction* : par exemple $\overrightarrow{IH}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont la même direction (car les droites (AB) et (IH) sont parallèles) mais n'ont pas le même sens.

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{HI}$ sont donc les *représentants* d'un même vecteur car ils ont même sens, même direction et même norme : on peut donc désigner ce vecteur par un nom unique, par exemple $\overrightarrow{d}$.

La *norme* du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est égale à la longueur AB. Pour désigner la norme de $\overrightarrow{d}$, on utilise $\left\|\overrightarrow{d}\right\|$. On a

$$\left\|\overrightarrow{d}\right\| = AB = DE = HI$$

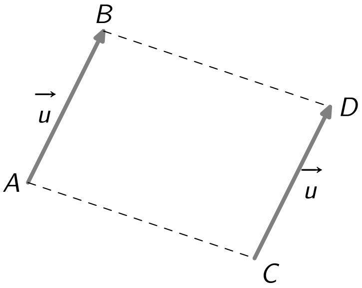
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{HI}$ sont donc les *représentants* d'un même vecteur car ils ont même sens, même direction et même norme : on peut donc désigner ce vecteur par un nom unique, par exemple $\overrightarrow{d}$.

La *norme* du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est égale à la longueur AB. Pour désigner la norme de $\overrightarrow{d}$, on utilise $\left\|\overrightarrow{d}\right\|$. On a

$$\left\|\overrightarrow{d}\right\| = AB = DE = HI$$

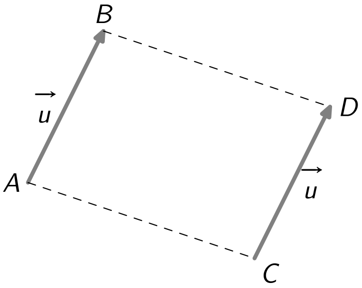
Remarque

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{u}$ si et seulement si ABDC est un parallélogramme



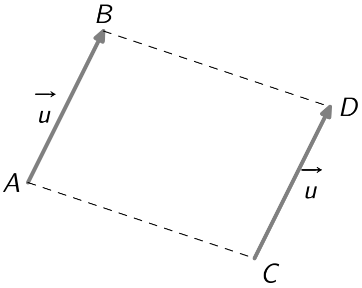
Remarque

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{u}$ si et seulement si ABDC est un parallélogramme



Remarque

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{u}$ si et seulement si ABDC est un parallélogramme

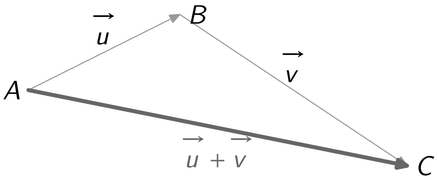


Remarque

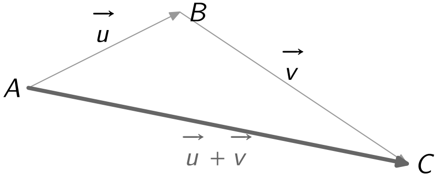
Dans mon jeune temps, on disait que deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ étaient égaux[a] si et seulement si les segments $[A\,;D]$ et $[B\,;C]$ avaient le même milieu : pourquoi ?

[a]En fait, on disait que les *bipoints* (A,B) et (C,D) étaient *équipollents*...

Le secret : *je me déplace de A vers B puis de B vers C : globalement, je suis parti de A et je suis arrivé en C*



Le secret : *je me déplace de A vers B puis de B vers C : globalement, je suis parti de A et je suis arrivé en C*



C'est en fait la fameuse *Relation de* CHASLES

Définition

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Mais qu'en est-il de cette somme lorsqu'on considère deux vecteurs quelconques $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$?

C'est en fait la fameuse *Relation de* CHASLES

Définition

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Mais qu'en est-il de cette somme lorsqu'on considère deux vecteurs quelconques $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$?

C'est en fait la fameuse *Relation de* CHASLES

Définition

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Mais qu'en est-il de cette somme lorsqu'on considère deux vecteurs quelconques $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$?

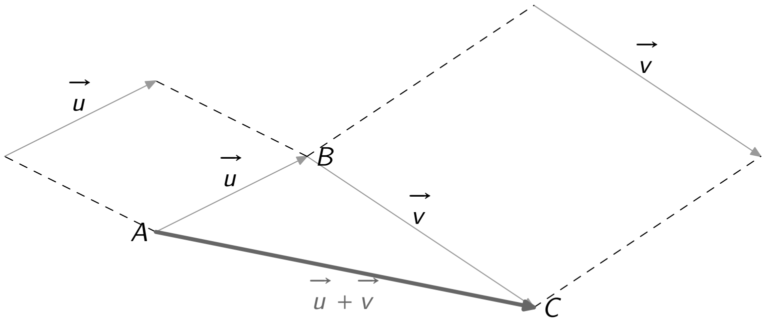
C'est en fait la fameuse *Relation de* CHASLES

Définition

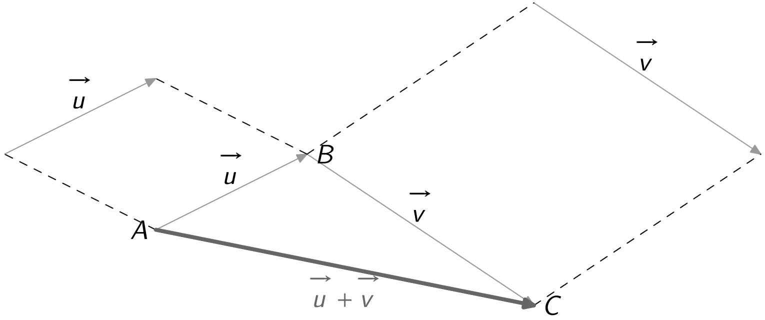
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Mais qu'en est-il de cette somme lorsqu'on considère deux vecteurs quelconques $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$?

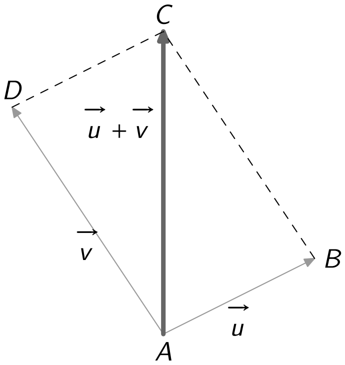
Il suffit de prendre des *représentants* de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ bien choisis :



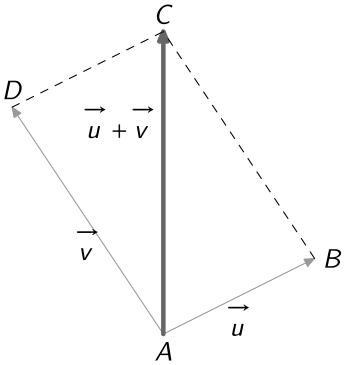
Il suffit de prendre des *représentants* de $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ bien choisis :



On peut aussi « penser parallélogramme »



On peut aussi « penser parallélogramme »



Je pars de A, je vais en B et je retourne en A : la relation de CHASLES le confirme

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}$$

- Que peut-on dire de ce vecteur $\overrightarrow{AA}$?
- Quelle est sa norme ?
- Quelle est sa direction ?
- Quel est son sens ?

Je pars de A, je vais en B et je retourne en A : la relation de CHASLES le confirme

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$$

- Que peut-on dire de ce vecteur $\overrightarrow{AA}$?
- Quelle est sa norme ?
- Quelle est sa direction ?
- Quel est son sens ?

Je pars de A, je vais en B et je retourne en A : la relation de CHASLES le confirme

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}$$

- Que peut-on dire de ce vecteur $\overrightarrow{AA}$?
- Quelle est sa norme ?
- Quelle est sa direction ?
- Quel est son sens ?

Je pars de A, je vais en B et je retourne en A : la relation de CHASLES le confirme

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$$

- Que peut-on dire de ce vecteur $\overrightarrow{AA}$?
- Quelle est sa norme ?
- Quelle est sa direction ?
- Quel est son sens ?

Je pars de A, je vais en B et je retourne en A : la relation de CHASLES le confirme

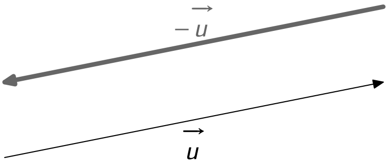
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA}$$

- Que peut-on dire de ce vecteur $\overrightarrow{AA}$?
- Quelle est sa norme ?
- Quelle est sa direction ?
- Quel est son sens ?

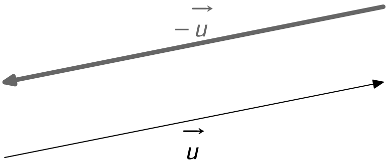
On appelle ce vecteur de norme nulle le *vecteur nul* et on le note $\overrightarrow{0}$.
Plus généralement si on considère un vecteur $\overrightarrow{u}$, on peut toujours trouver un vecteur de même direction, de même norme et de sens opposé : quand on l'ajoute à $\overrightarrow{u}$, on obtient le vecteur nul.

On appelle ce vecteur de norme nulle le *vecteur nul* et on le note $\overrightarrow{0}$.
Plus généralement si on considère un vecteur $\overrightarrow{u}$, on peut toujours trouver un vecteur de même direction, de même norme et de sens opposé : quand on l'ajoute à $\overrightarrow{u}$, on obtient le vecteur nul.

On l'appelle le *vecteur opposé* de $\overrightarrow{u}$ et on le note bien sûr $-\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$



On l'appelle le *vecteur opposé* de $\overrightarrow{u}$ et on le note bien sûr $-\overrightarrow{\boldsymbol{u}}$



Nous avons déjà abordé le problème en parlant de l'opposé du vecteur $\overrightarrow{u}$ qu'on note $-\overrightarrow{u}$, c'est à dire $(-1) \times \overrightarrow{u}$.

Nous pouvons aisément imaginer que le vecteur $3\overrightarrow{u}$ est en fait égal à $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{u} + \overrightarrow{u}$, et les additions de vecteurs, on connaît !

Nous pouvons même comprendre que $-3\overrightarrow{u}$, c'est $\left(-\overrightarrow{u}\right) + \left(-\overrightarrow{u}\right) + \left(-\overrightarrow{u}\right)$

Nous avons déjà abordé le problème en parlant de l'opposé du vecteur $\overrightarrow{u}$ qu'on note $-\overrightarrow{u}$, c'est à dire $(-1) \times \overrightarrow{u}$.
Nous pouvons aisément imaginer que le vecteur $3\overrightarrow{u}$ est en fait égal à $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{u} + \overrightarrow{u}$, et les additions de vecteurs, on connaît !
Nous pouvons même comprendre que $-3\overrightarrow{u}$, c'est $\left(-\overrightarrow{u}\right) + \left(-\overrightarrow{u}\right) + \left(-\overrightarrow{u}\right)$

Nous avons déjà abordé le problème en parlant de l'opposé du vecteur $\overrightarrow{u}$ qu'on note $-\overrightarrow{u}$, c'est à dire $(-1) \times \overrightarrow{u}$.
Nous pouvons aisément imaginer que le vecteur $3\overrightarrow{u}$ est en fait égal à $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{u} + \overrightarrow{u}$, et les additions de vecteurs, on connaît !
Nous pouvons même comprendre que $-3\overrightarrow{u}$, c'est $\left(-\overrightarrow{u}\right) + \left(-\overrightarrow{u}\right) + \left(-\overrightarrow{u}\right)$

Produit d'un vecteur par un nombre réel

Vous comprendrez donc sans problème la définition suivante

Définition

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul et k un nombre réel non nul. Alors on note $k\overrightarrow{u}$ le vecteur

- ayant la même direction que $\overrightarrow{u}$;
- ayant le même sens que $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$, le sens contraire sinon ;
- ayant pour norme $k\|\overrightarrow{u}\|$ si $k > 0$ et $-k\|\overrightarrow{u}\|$ sinon.

Produit d'un vecteur par un nombre réel

Vous comprendrez donc sans problème la définition suivante

Définition

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul et k un nombre réel non nul. Alors on note $k\overrightarrow{u}$ le vecteur

- ayant la même direction que $\overrightarrow{u}$;
- ayant le même sens que $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$, le sens contraire sinon ;
- ayant pour norme $k\|\overrightarrow{u}\|$ si $k > 0$ et $-k\|\overrightarrow{u}\|$ sinon.

Produit d'un vecteur par un nombre réel

Vous comprendrez donc sans problème la définition suivante

Définition

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul et k un nombre réel non nul. Alors on note $k\overrightarrow{u}$ le vecteur

- ayant la même direction que $\overrightarrow{u}$;
- ayant le même sens que $\overrightarrow{u}$ si $k > 0$, le sens contraire sinon ;
- ayant pour norme $k\|\overrightarrow{u}\|$ si $k > 0$ et $-k\|\overrightarrow{u}\|$ sinon.

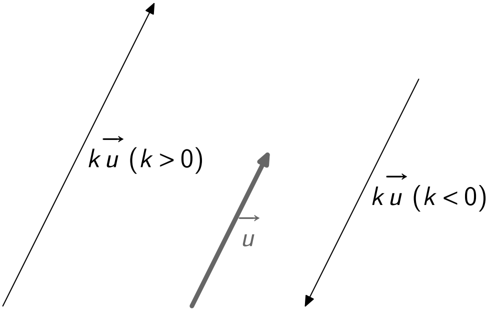
Produit d'un vecteur par un nombre réel

Vous comprendrez donc sans problème la définition suivante

Définition

Soit $\overrightarrow{u}$ un vecteur non nul et k un nombre réel non nul. Alors on note $k\overrightarrow{u}$ le vecteur

- ayant la même direction que $\overrightarrow{u}$;
- ayant le même sens que $\overrightarrow{u}$ si $k>0$, le sens contraire sinon ;
- ayant pour norme $k\|\overrightarrow{u}\|$ si $k>0$ et $-k\|\overrightarrow{u}\|$ sinon.



Ce petit dessin résume les différents cas de figure.

Sommaire

Nous avons remarqué que $\overrightarrow{u}$ et $k\overrightarrow{u}$ avaient la même direction.
Inversement, si deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ont la même direction, alors on peut imaginer qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$.

Par exemple, s'ils ont le même sens, alors le vecteur $\dfrac{\|\overrightarrow{v}\|}{\|\overrightarrow{u}\|}\overrightarrow{u}$ a

- le même sens que $\overrightarrow{v}$ (car ...
- la même direction que $\overrightarrow{v}$ (car ...

donc $\overrightarrow{v} = \dfrac{\|\overrightarrow{v}\|}{\|\overrightarrow{u}\|}\overrightarrow{u}$, ce qui confirme notre supposition.

Nous avons remarqué que $\overrightarrow{u}$ et $k\overrightarrow{u}$ avaient la même direction.
Inversement, si deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ont la même direction, alors on peut imaginer qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$.

Par exemple, s'ils ont le même sens, alors le vecteur $\dfrac{\|\overrightarrow{v}\|}{\|\overrightarrow{u}\|}\overrightarrow{u}$ a

- le même sens que $\overrightarrow{v}$ (car ...
- la même direction que $\overrightarrow{v}$ (car ...
- la même norme que $\overrightarrow{v}$ (car ...

donc $\overrightarrow{v} = \dfrac{\|\overrightarrow{v}\|}{\|\overrightarrow{u}\|}\overrightarrow{u}$, ce qui confirme notre supposition.

Nous avons remarqué que $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ avaient la même direction.
Inversement, si deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction, alors on peut imaginer qu'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.
Par exemple, s'ils ont le même sens, alors le vecteur $\dfrac{\|\vec{v}\|}{\|\vec{u}\|}\vec{u}$ a

- le même sens que $\vec{v}$ (car ...
- la même direction que $\vec{v}$ (car ...
- la même norme que $\vec{v}$ (car ...

donc $\vec{v} = \dfrac{\|\vec{v}\|}{\|\vec{u}\|}\vec{u}$, ce qui confirme notre supposition.

Nous avons remarqué que $\overrightarrow{u}$ et $k\overrightarrow{u}$ avaient la même direction.
Inversement, si deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ ont la même direction, alors on peut imaginer qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$.

Par exemple, s'ils ont le même sens, alors le vecteur $\dfrac{\|\overrightarrow{v}\|}{\|\overrightarrow{u}\|}\overrightarrow{u}$ a

- le même sens que $\overrightarrow{v}$ (car ...
- la même direction que $\overrightarrow{v}$ (car ...
- la même norme que $\overrightarrow{v}$ (car ...

donc $\overrightarrow{v} = \dfrac{\|\overrightarrow{v}\|}{\|\overrightarrow{u}\|}\overrightarrow{u}$, ce qui confirme notre supposition.

Nous avons remarqué que $\vec{u}$ et $k\vec{u}$ avaient la même direction.
Inversement, si deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction, alors on peut imaginer qu'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.
Par exemple, s'ils ont le même sens, alors le vecteur $\dfrac{\|\vec{v}\|}{\|\vec{u}\|}\vec{u}$ a

- le même sens que $\vec{v}$ (car ...
- la même direction que $\vec{v}$ (car ...
- la même norme que $\vec{v}$ (car ...

donc $\vec{v} = \dfrac{\|\vec{v}\|}{\|\vec{u}\|}\vec{u}$, ce qui confirme notre supposition.

Vecteurs colinéaires

Avant de résumer ce résultat, un peu de vocabulaire :

Définition

On dit que deux vecteurs sont *colinéaires* si, et seulement si, ils ont la même direction.

Remarque

Deux COpains partagent leur pain, deux COrrecteurs du Bac partagent le même recteur, deux vecteurs COlinéaires partagent la même ligne...

Vecteurs colinéaires

Avant de résumer ce résultat, un peu de vocabulaire :

Définition

On dit que deux vecteurs sont *colinéaires* si, et seulement si, ils ont la même direction.

Remarque

Deux COpains partagent leur pain, deux COrrecteurs du Bac partagent le même recteur, deux vecteurs COlinéaires partagent la même ligne. . .

Vecteurs colinéaires

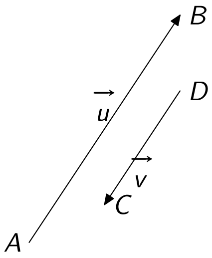
Avant de résumer ce résultat, un peu de vocabulaire :

Définition

On dit que deux vecteurs sont *colinéaires* si, et seulement si, ils ont la même direction.

Remarque

Deux COpains partagent leur pain, deux COrrecteurs du Bac partagent le même recteur, deux vecteurs COlinéaires partagent la même ligne. . .


B
D
$\vec{u}$
$\vec{v}$
C
A

Notre observation précédente va donc nous permettre d'énoncer le théorème primordial suivant :

Théorème

Deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si, et seulement si, il existe un réel k tel que $\overrightarrow{v} = k\overrightarrow{u}$

attention !

Vous ferez bien attention à parler de vecteurs colinéaires et non pas de vecteurs parallèles ! Deux droites peuvent être parallèles si elles ont tous leurs points ou aucun point en commun. On ne peut pas dire la même chose des vecteurs car les vecteurs . . .n'ont pas de points ! Ce sont des déplacements, pas des ensembles de points comme les droites.

Sommaire

- Si on arrive à montrer que deux *vecteurs* $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont *colinéaires*, on pourra en déduire que les *droites* (AB) et (CD) sont *parallèles*.
- Si on arrive à montrer que deux *vecteurs* $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont *colinéaires*, on pourra en déduire que les *droites* (AB) et (AC) sont *parallèles*. Or, comme vous l'avez remarqué, les droites (AB) et (AC) ont le point A en commun. Que pensez-vous de 2 droites parallèles ayant un point en commun ? Elles sont bien sûr ......[1]
  Et donc les points A, B et C appartiennent à une même droite : ils sont *alignés*.

[1] D'après un des axiomes d'Euclide qui est la base de la géométrie que vous étudiez au lycée : « par deux points distincts du plan il passe une droite et une seule »

- Si on arrive à montrer que deux *vecteurs* $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont *colinéaires*, on pourra en déduire que les *droites* (AB) et (CD) sont *parallèles*.
- Si on arrive à montrer que deux *vecteurs* $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont *colinéaires*, on pourra en déduire que les *droites* (AB) et (AC) sont *parallèles*. Or, comme vous l'avez remarqué, les droites (AB) et (AC) ont le point A en commun. Que pensez-vous de 2 droites parallèles ayant un point en commun ? Elles sont bien sûr . . .. . .[1]
  Et donc les points A, B et C appartiennent à une même droite : ils sont *alignés*.

[1] D'après un des axiomes d'Euclide qui est la base de la géométrie que vous étudiez au lycée : « par deux points distincts du plan il passe une droite et une seule »

À retenir

Montrer que deux vecteurs sont colinéaires peut nous aider à montrer que deux droites sont parallèles ou que trois points sont alignés.

Le problème va être d'arriver à prouver que deux vecteurs sont colinéaires : il suffira de « penser BASE »...

À retenir

Montrer que deux vecteurs sont colinéaires peut nous aider à montrer que deux droites sont parallèles ou que trois points sont alignés.
Le problème va être d'arriver à prouver que deux vecteurs sont colinéaires : il suffira de « penser BASE »...

Euh.. le plan vectoriel, c'est quoi ?

Disons que c'est l'ensemble des déplacements en dimension 2. On dira alors que

Définition

Deux vecteurs forment une base du plan vectoriel si, et seulement si, ils NE sont PAS colinéaires.

Euh.. le plan vectoriel, c'est quoi ?
Disons que c'est l'ensemble des déplacements en dimension 2. On dira alors que

Définition

Deux vecteurs forment une base du plan vectoriel si, et seulement si, ils NE sont PAS colinéaires.

Euh.. le plan vectoriel, c'est quoi ?
Disons que c'est l'ensemble des déplacements en dimension 2. On dira alors que

Définition

Deux vecteurs forment une base du plan vectoriel si, et seulement si, ils NE sont PAS colinéaires.

Et on admettra le résultat primordial suivant :

Théorème

Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs NON colinéaires : ils forment une base du plan vectoriel. Alors on peut exprimer n'importe quel vecteur $\overrightarrow{t}$ sous la forme

$$\overrightarrow{t} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$$

avec x et y des réels. Les nombres x et y sont appelés les COORDONNÉES de $\overrightarrow{t}$ dans la BASE $\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$

Et on admettra le résultat primordial suivant :

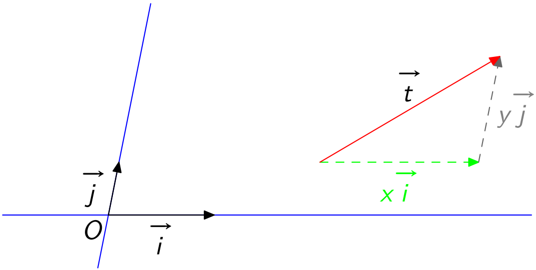
Théorème

Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs NON colinéaires : ils forment une base du plan vectoriel. Alors on peut exprimer n'importe quel vecteur $\overrightarrow{t}$ sous la forme

$$\overrightarrow{t} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$$

avec x et y des réels. Les nombres x et y sont appelés les COORDONNÉES de $\overrightarrow{t}$ dans la BASE $\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$

Le secret tient dans le dessin suivant :

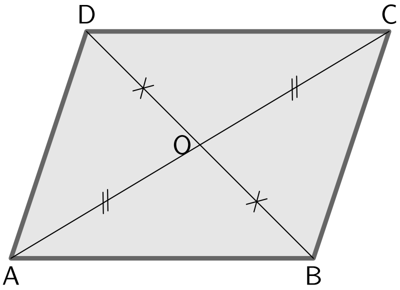


Nous n'irons pas plus loin pour l'instant, mais nous retiendrons qu'il sera utile d'exprimer chaque vecteur d'un problème donné en fonction de deux vecteurs de base intelligemment choisis...

Nous allons étudier toutes sortes d'exercices qui nous fourniront autant d'outils pour résoudre nos enigmes mathématiques...

« Voir »des égalités vectorielles

Considérez avec la plus grande attention un parallèlogramme ABCD de centre O : donnez un maximum d'égalités vectorielles. En particulier, trouvez des égalités vectorielles qui permettront de caractériser[2] le milieu d'un segment.



[2] C'est à dire qui permettent de conclure que le point étudié est à coup sûr le milieu du segment étudié.

Parallèlogrammes et milieux

Nous allons ainsi pouvoir résoudre l'exercice suivant :

Exerice

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

- Démontrez que $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$

  Déduisez-en que O est le milieu de $[MP]$

Parallèlogrammes et milieux

Nous allons ainsi pouvoir résoudre l'exercice suivant :

Exerice

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

- Démontrez que $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$.
- Déduisez-en que O est le milieu de $[MP]$.
- Démontrez de même que O est milieu de $[QN]$.
- Déduisez des questions précédentes la nature du quadrilatère $MNPQ$.

Parallèlogrammes et milieux

Nous allons ainsi pouvoir résoudre l'exercice suivant :

Exerice

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

- Démontrez que $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$.
- Déduisez-en que O est le milieu de $[MP]$.
- Démontrez de même que O est milieu de $[QN]$.
- Déduisez des questions précédentes la nature du quadrilatère $MNPQ$.

Parallèlogrammes et milieux

Nous allons ainsi pouvoir résoudre l'exercice suivant :

Exerice

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

- Démontrez que $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$.
- Déduisez-en que O est le milieu de $[MP]$.
- Démontrez de même que O est milieu de $[QN]$.
- Déduisez des questions précédentes la nature du quadrilatère $MNPQ$.

Parallèlogrammes et milieux

Nous allons ainsi pouvoir résoudre l'exercice suivant :

Exerice

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

- Démontrez que $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$.
- Déduisez-en que O est le milieu de $[MP]$.
- Démontrez de même que O est milieu de $[QN]$.
- Déduisez des questions précédentes la nature du quadrilatère $MNPQ$.

Parallèlogrammes et milieux

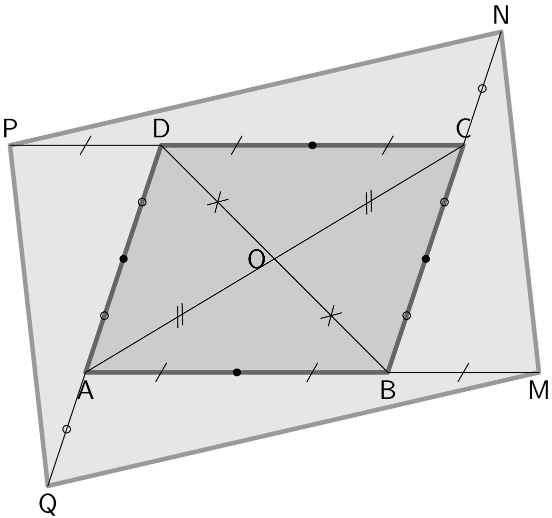
Nous allons ainsi pouvoir résoudre l'exercice suivant :

Exerice

ABCD est un parallélogramme de centre O. Les points M, N, P et Q sont tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \quad \overrightarrow{BN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \quad \overrightarrow{CP} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD} \quad \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$$

- Démontrez que $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{DP}$.
- Déduisez-en que O est le milieu de $[MP]$.
- Démontrez de même que O est milieu de $[QN]$.
- Déduisez des questions précédentes la nature du quadrilatère $MNPQ$.


N
P
D
C
O
A
B
M
Q

Construction de point

Exerice

A et B sont deux points distincts du plan.
On définit le point M par la relation vectorielle : $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}$.
Exprimez $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$. Placez M.

M « apparaît »deux fois dans l'égalité : pour pouvoir le construire, il faudrait « partir »d'un point connu et « suivre la flèche »jusqu'en M grâce à des « indications »utilisant des mouvements entre points connus...

Construction de point

Exerice

A et B sont deux points distincts du plan.
On définit le point M par la relation vectorielle : $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}$.
Exprimez $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$. Placez M.

M « apparaît »deux fois dans l'égalité : pour pouvoir le construire, il faudrait « partir »d'un point connu et « suivre la flèche »jusqu'en M grâce à des « indications »utilisant des mouvements entre points connus...

Construction de point

Exerice

A et B sont deux points distincts du plan.
On définit le point M par la relation vectorielle : $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{0}$.
Exprimez $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$. Placez M.

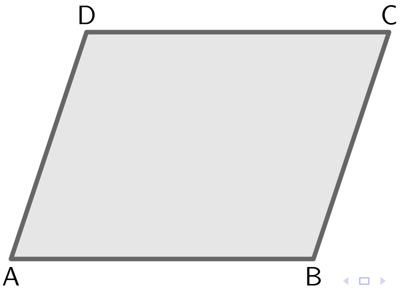
M « apparaît »deux fois dans l'égalité : pour pouvoir le construire, il faudrait « partir »d'un point connu et « suivre la flèche »jusqu'en M grâce à des « indications »utilisant des mouvements entre points connus...

Travailler dans une base pour montrer que des points sont alignés...

Exerice

$ABCD$ est un parallélogramme.
I est le milieu de $[AB]$.
E est le point tel que $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$.

- Compléter la figure suivante.

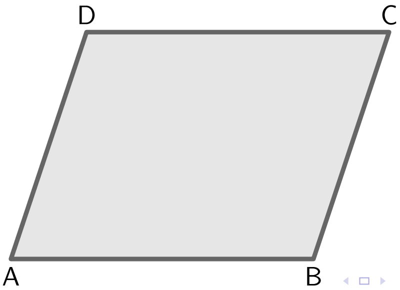


Travailler dans une base pour montrer que des points sont alignés...

Exerice

$ABCD$ est un parallélogramme.
I est le milieu de $[AB]$.
E est le point tel que $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DI}$.

- Compléter la figure suivante.



Travailler dans une base pour montrer que des points sont alignés...

Exerice

- Il *semble* que A, E et C soient alignés. Nous voudrions le prouver. Pour cela, nous allons essayer de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Oui, mais comment ?
  - Pensons base ! Il est assez naturel dans un parallélogramme de choisir $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ comme vecteurs de base : ils sont bien connus et « représentent »les directions privilégiées du parallélogramme. Le problème, c'est que E est « au milieu »... Réglons ce premier problème : à l'aide de la relation de CHASLES et des données du texte, exprimez $\overrightarrow{AE}$ en n'utilisant que des points « sur les bords »du parallélogramme.

Travailler dans une base pour montrer que des points sont alignés...

Exerice

- Il *semble* que A, E et C soient alignés. Nous voudrions le prouver. Pour cela, nous allons essayer de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Oui, mais comment ?
  - Pensons base ! Il est assez naturel dans un parallélogramme de choisir $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ comme vecteurs de base : ils sont bien connus et « représentent »les directions privilégiées du parallélogramme. Le problème, c'est que E est « au milieu »... Réglons ce premier problème : à l'aide de la relation de CHASLES et des données du texte, exprimez $\overrightarrow{AE}$ en n'utilisant que des points « sur les bords »du parallélogramme.

Travailler dans une base pour montrer que des points sont alignés...

Exerice

- Il *semble* que A, E et C soient alignés. Nous voudrions le prouver. Pour cela, nous allons essayer de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Oui, mais comment ?
  - Pensons base ! Il est assez naturel dans un parallélogramme de choisir $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ comme vecteurs de base : ils sont bien connus et « représentent »les directions privilégiées du parallélogramme. Le problème, c'est que E est « au milieu »... Réglons ce premier problème : à l'aide de la relation de CHASLES et des données du texte, exprimez $\overrightarrow{AE}$ en n'utilisant que des points « sur les bords »du parallélogramme.

Exerice

-
  - Déduisez-en une expression de $\overrightarrow{AE}$ uniquement en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$, nos vecteurs de base.
    Exprimez également $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
- Vous pouvez maintenant comparer $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ en fonction de vecteurs dignes de confiance et conclure...

Exerice

-
  - Déduisez-en une expression de $\overrightarrow{AE}$ uniquement en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$, nos vecteurs de base.
    Exprimez également $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
- Vous pouvez maintenant comparer $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ en fonction de vecteurs dignes de confiance et conclure...

Exerice

- - Déduisez-en une expression de $\overrightarrow{AE}$ uniquement en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$, nos vecteurs de base.

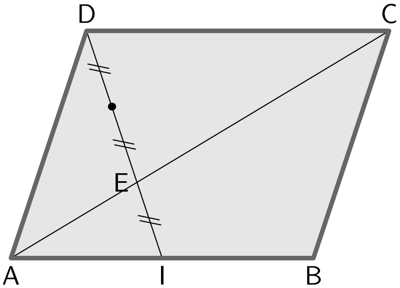
    Exprimez également $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
- Vous pouvez maintenant comparer $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ en fonction de vecteurs dignes de confiance et conclure...

Exerice

-
  - Déduisez-en une expression de $\overrightarrow{AE}$ uniquement en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$, nos vecteurs de base.
    Exprimez également $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
- Vous pouvez maintenant comparer $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ en fonction de vecteurs dignes de confiance et conclure...

Exerice

- - Déduisez-en une expression de $\overrightarrow{AE}$ uniquement en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$, nos vecteurs de base.
    Exprimez également $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
- Vous pouvez maintenant comparer $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ en fonction de vecteurs dignes de confiance et conclure...


D
C
E
A
I
B

... et pour montrer que des droites sont parallèles.

Exerice

ABC est un triangle et I est le milieu du segment $[AC]$.
O est un point quelconque.

- On se propose de construire le point P tel que :

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OB}.$$

  - Justifier que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$.
  - Quelle relation lie alors $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{IB}$?

- En déduire que (BI) et (OP) sont parallèles.

... et pour montrer que des droites sont parallèles.

Exerice

ABC est un triangle et I est le milieu du segment $[AC]$.
O est un point quelconque.

- On se propose de construire le point P tel que :

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OB}.$$

  - Justifier que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$.
  - Quelle relation lie alors $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{IB}$?
  - Construire P.
- En déduire que (BI) et (OP) sont parallèles.

... et pour montrer que des droites sont parallèles.

Exerice

ABC est un triangle et I est le milieu du segment $[AC]$.
O est un point quelconque.

- On se propose de construire le point P tel que :

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OB}.$$

  - Justifier que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$.
  - Quelle relation lie alors $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{IB}$?
  - Construire P.
- En déduire que (BI) et (OP) sont parallèles.

... et pour montrer que des droites sont parallèles.

Exerice

ABC est un triangle et I est le milieu du segment $[AC]$.
O est un point quelconque.

- On se propose de construire le point P tel que :

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OB}.$$

  - Justifier que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$.
  - Quelle relation lie alors $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{IB}$?
  - Construire P.
- En déduire que (BI) et (OP) sont parallèles.

... et pour montrer que des droites sont parallèles.

Exerice

ABC est un triangle et I est le milieu du segment $[AC]$.
O est un point quelconque.

- On se propose de construire le point P tel que :

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OB}.$$

  - Justifier que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$.
  - Quelle relation lie alors $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{IB}$?
  - Construire P.
- En déduire que (BI) et (OP) sont parallèles.

... et pour montrer que des droites sont parallèles.

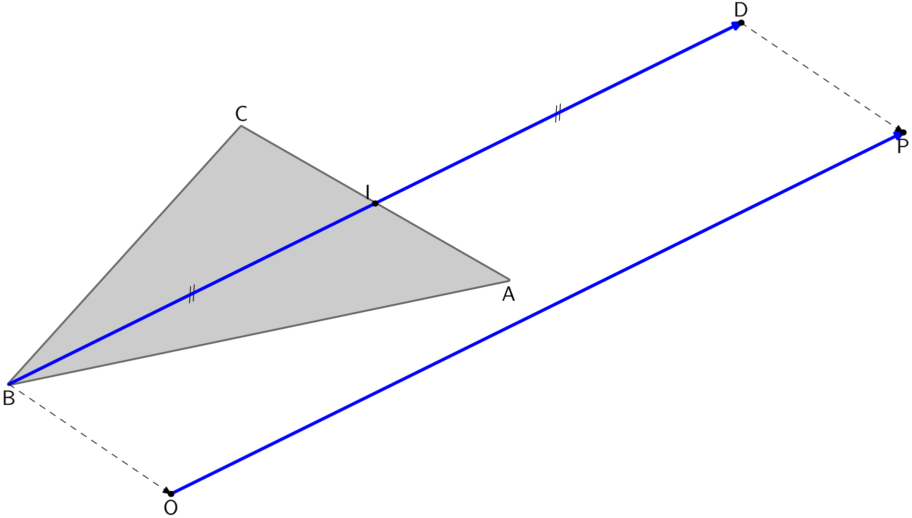
Exerice

ABC est un triangle et I est le milieu du segment $[AC]$.
O est un point quelconque.

- On se propose de construire le point P tel que :

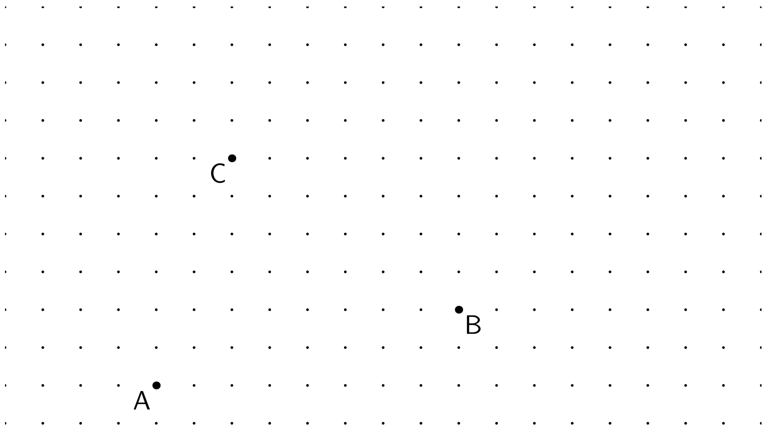
$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - 2\overrightarrow{OB}.$$

  - Justifier que $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$.
  - Quelle relation lie alors $\overrightarrow{OP}$ et $\overrightarrow{IB}$?
  - Construire P.
- En déduire que (BI) et (OP) sont parallèles.


D
C
I
P
A
B
O

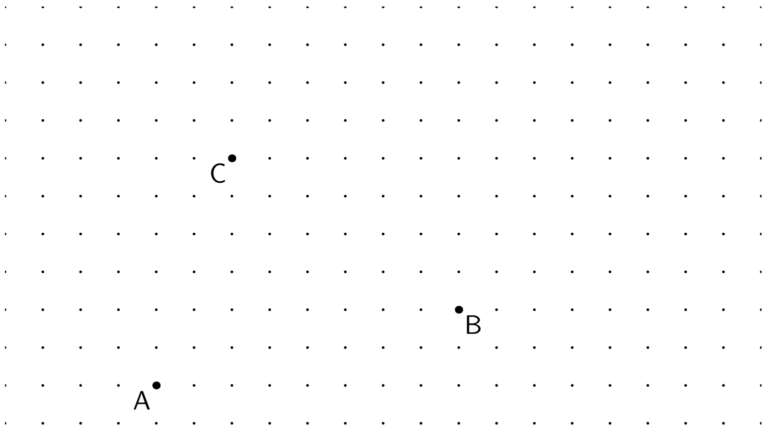
Dessin

- Placer le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$.
- Placer le point F tel que $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AC}$.
- Placer le point G tel que $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$.



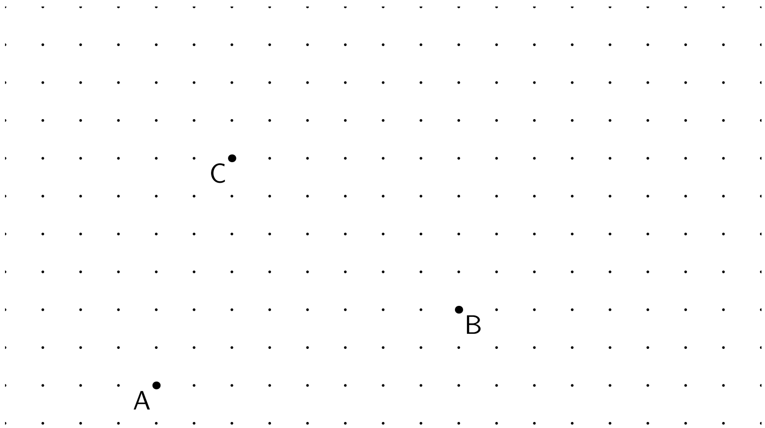
Dessin

- Placer le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$.
- Placer le point F tel que $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AC}$.
- Placer le point G tel que $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$.



Dessin

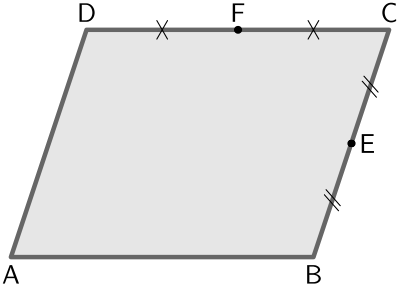
- Placer le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$.
- Placer le point F tel que $\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AC}$.
- Placer le point G tel que $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$.



Calcul vectoriel dans un parallélogramme.

Soit $ABCD$ un parallélogramme.
Soit E le milieu de $[BC]$ et F le milieu de $[DC]$.

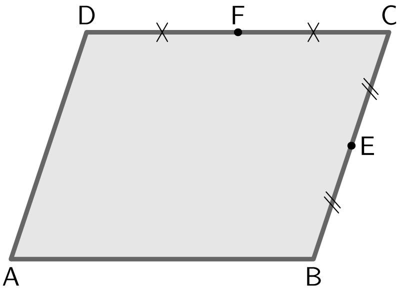
- Montrer que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.
- Montrer que $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.



Calcul vectoriel dans un parallélogramme.

Soit $ABCD$ un parallélogramme.
Soit E le milieu de $[BC]$ et F le milieu de $[DC]$.

- Montrer que $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$.
- Montrer que $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \dfrac{3}{2}\ \overrightarrow{AC}$.



Calcul « en aveugle »

Dans chacun des cas suivants, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires :

- $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BD}$.
- $2\overrightarrow{CB} - 9\overrightarrow{CA} - 7\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}$.
- $7\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CB} + 5\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{CA}$.

Calcul « en aveugle »

Dans chacun des cas suivants, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires :

- $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BD}$.
- $2\overrightarrow{CB}-9\overrightarrow{CA}-7\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{0}$.
- $7\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{CB}+5\overrightarrow{AD}+2\overrightarrow{CA}$.

Calcul « en aveugle »

Dans chacun des cas suivants, démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires :

- $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BD}$.
- $2\overrightarrow{CB} - 9\overrightarrow{CA} - 7\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}$.
- $7\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CB} + 5\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{CA}$.

Avec ou sans vecteurs

Soit ABC un triangle.

- Construire les points M, N et P tels que :
  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}, \quad \overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$
- Montrer que $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. On détaillera soigneusement les calculs.
- Montrer que $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MN}$. On détaillera soigneusement les calculs. Que peut-on en conclure ?
- Retrouver ce résultat, sans les vecteurs, en utilisant les propriétés de géométrie plane.

Avec ou sans vecteurs

Soit ABC un triangle.

- Construire les points M, N et P tels que :
  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\quad \overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$, $\quad \overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.
- Montrer que $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. On détaillera soigneusement les calculs.
- Montrer que $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MN}$. On détaillera soigneusement les calculs. Que peut-on en conclure ?
- Retrouver ce résultat, sans les vecteurs, en utilisant les propriétés de géométrie plane.

Avec ou sans vecteurs

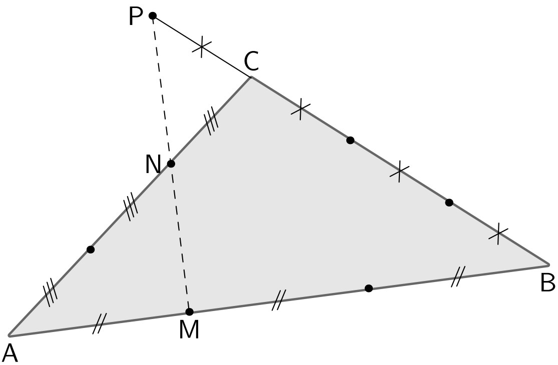
Soit ABC un triangle.

- Construire les points M, N et P tels que :
  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, $\quad \overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$, $\quad \overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.
- Montrer que $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. On détaillera soigneusement les calculs.
- Montrer que $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MN}$. On détaillera soigneusement les calculs. Que peut-on en conclure ?
- Retrouver ce résultat, sans les vecteurs, en utilisant les propriétés de géométrie plane.

Avec ou sans vecteurs

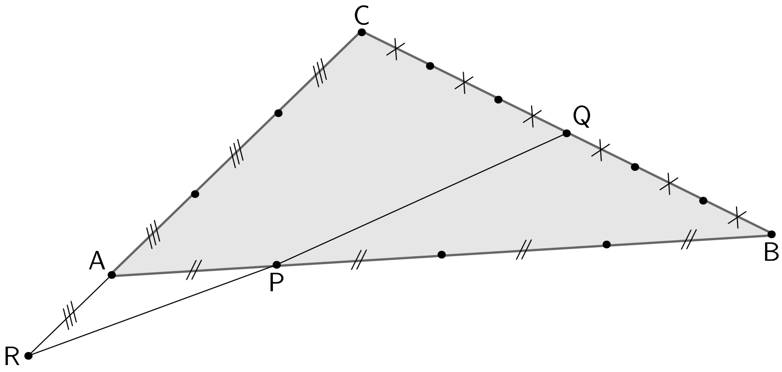
Soit ABC un triangle.

- Construire les points M, N et P tels que :
  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{CN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}, \quad \overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$
- Montrer que $\overrightarrow{MN} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. On détaillera soigneusement les calculs.
- Montrer que $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MN}$. On détaillera soigneusement les calculs. Que peut-on en conclure ?
- Retrouver ce résultat, sans les vecteurs, en utilisant les propriétés de géométrie plane.


P
C
N
B
M
A

Être ou ne pas être alignés...

Les points P, Q et R sont-ils alignés ?



Médianes

Préliminaire : P,Q et R sont trois points non alignés et I est le milieu de [Q,R]. Exprimez $\overrightarrow{PR}+\overrightarrow{PQ}$ en fonction de $\overrightarrow{PI}$.

Exercice :

ABC est un triangle quelconque. A', B' et C' sont les milieux respectifs de $[BC]$, $CA]$ et $[AB]$.

- Calculer la somme : $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}$.
- M est un point quelconque du plan. Montrer que

$$\overrightarrow{MA'}+\overrightarrow{MB'}+\overrightarrow{MC'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}.$$

Médianes

Préliminaire : P,Q et R sont trois points non alignés et I est le milieu de [Q,R]. Exprimez $\overrightarrow{PR}+\overrightarrow{PQ}$ en fonction de $\overrightarrow{PI}$.

Exercice :

ABC est un triangle quelconque. A', B' et C' sont les milieux respectifs de $[BC]$, $CA]$ et $[AB]$.

- Calculer la somme : $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}$.
- M est un point quelconque du plan. Montrer que :

$$\overrightarrow{MA'}+\overrightarrow{MB'}+\overrightarrow{MC'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}.$$

Médianes

Préliminaire : P,Q et R sont trois points non alignés et I est le milieu de [Q,R]. Exprimez $\overrightarrow{PR}+\overrightarrow{PQ}$ en fonction de $\overrightarrow{PI}$.

Exercice :
ABC est un triangle quelconque. A', B' et C' sont les milieux respectifs de $[BC]$, $CA]$ et $[AB]$.

- Calculer la somme : $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}$.
- M est un point quelconque du plan. Montrer que :

$$\overrightarrow{MA'}+\overrightarrow{MB'}+\overrightarrow{MC'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}.$$

Médianes

Préliminaire : P,Q et R sont trois points non alignés et I est le milieu de [Q,R]. Exprimez $\overrightarrow{PR}+\overrightarrow{PQ}$ en fonction de $\overrightarrow{PI}$.

Exercice :
ABC est un triangle quelconque. A', B' et C' sont les milieux respectifs de $[BC]$, $CA]$ et $[AB]$.

- Calculer la somme : $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}$.
- M est un point quelconque du plan. Montrer que :

$$\overrightarrow{MA'}+\overrightarrow{MB'}+\overrightarrow{MC'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}.$$

Sommaire

Nous avons vu précédemment qu'une base (formée de deux vecteurs non colinéaires) permettait d'exprimer n'importe quel vecteur en fonction des 2 vecteurs de base.

Théorème

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs NON colinéaires : ils forment une base du plan vectoriel. Alors on peut exprimer n'importe quel vecteur $\vec{t}$ sous la forme

$$\vec{t} = x\,\vec{u} + y\,\vec{v}$$

avec x et y des réels. Les nombres x et y sont appelés les COORDONNÉES de $\vec{t}$ dans la BASE $(\vec{u}, \vec{v})$

Nous avons vu précédemment qu'une base (formée de deux vecteurs non colinéaires) permettait d'exprimer n'importe quel vecteur en fonction des 2 vecteurs de base.

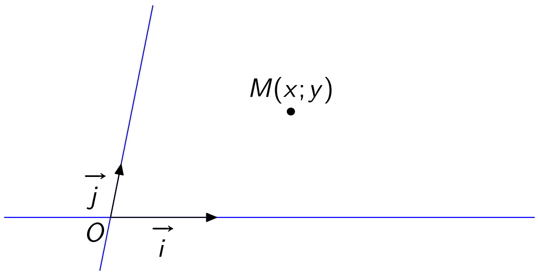
Théorème

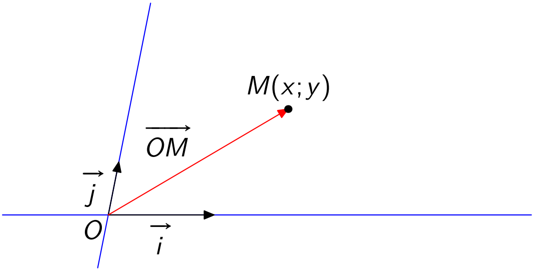
Soit $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ deux vecteurs NON colinéaires : ils forment une base du plan vectoriel. Alors on peut exprimer n'importe quel vecteur $\overrightarrow{t}$ sous la forme

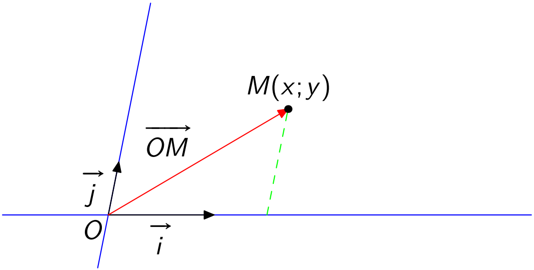
$$\overrightarrow{t} = x\overrightarrow{u} + y\overrightarrow{v}$$

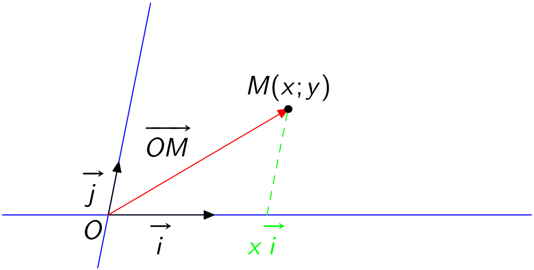
avec x et y des réels. Les nombres x et y sont appelés les COORDONNÉES de $\overrightarrow{t}$ dans la BASE $\left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$

Maintenant, pour repérer un point, on choisira une origine fixe et deux vecteurs de base. La clé du chapitre tient dans le dessin suivant :

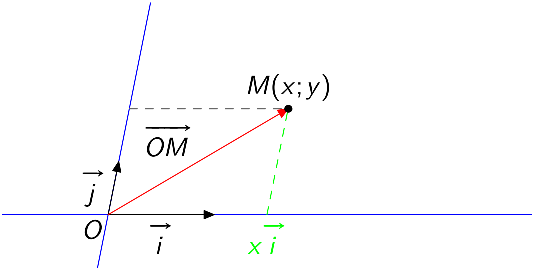

$M(x;y)$
$\vec{j}$
O
$\vec{i}$

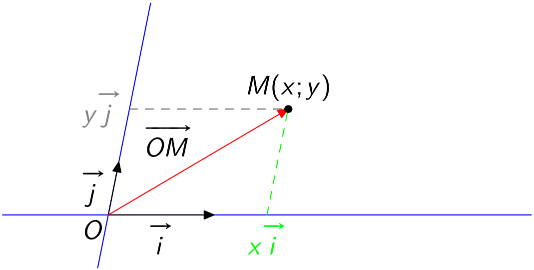

$M(x;y)$
$\overrightarrow{OM}$
$\overrightarrow{j}$
O
$\overrightarrow{i}$


$M(x;y)$
$\overrightarrow{OM}$
$\overrightarrow{j}$
O
$\overrightarrow{i}$



$M(x;y)$
$\overrightarrow{OM}$
$\overrightarrow{j}$
O
$\overrightarrow{i}$
$x\,\overrightarrow{i}$


$M(x;y)$
$\overrightarrow{OM}$
$\overrightarrow{j}$
O
$\overrightarrow{i}$
$x\,\overrightarrow{i}$


$M(x;y)$
$y\,\vec{j}$
$\overrightarrow{OM}$
$\vec{j}$
O
$\vec{i}$
$x\,\vec{i}$

coordonnées d'un point dans un repère

Théorème

Dire que le point M a pour coordonnées (x,y) dans le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ signifie que

$$\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$$

On appelle x l'abscisse de M et y son ordonnée

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Nous travaillons dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et deux points A et B ont pour coordonnées respectives (x_A, y_A) et (x_B, y_B).

Comment traduire *vectoriellement* ces renseignements ?

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Nous travaillons dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et deux points A et B ont pour coordonnées respectives (x_A, y_A) et (x_B, y_B).
Comment traduire *vectoriellement* ces renseignements ?

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

- A a pour coordonnées (x_A, y_A), donc par définition ...
- ... $\overrightarrow{OA} = x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}$
- De même, on obtient pour B ...
- ... $\overrightarrow{OB} = x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j}$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

- A a pour coordonnées (x_A, y_A), donc par définition ...
- ... $\overrightarrow{OA} = x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}$
- De même, on obtient pour B ...
- ... $\overrightarrow{OB} = x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j}$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

- A a pour coordonnées (x_A, y_A), donc par définition ...
- ... $\overrightarrow{OA} = x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}$
- De même, on obtient pour B ...
- ... $\overrightarrow{OB} = x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j}$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

- A a pour coordonnées (x_A, y_A), donc par définition ...
- ... $\overrightarrow{OA} = x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}$
- De même, on obtient pour B ...
- ... $\overrightarrow{OB} = x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j}$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Nous voudrions à présent obtenir les coordonnées $\left(x_{\overrightarrow{AB}}, y_{\overrightarrow{AB}}\right)$ qui vérifient, d'après notre définition

$$\overrightarrow{AB} = x_{\overrightarrow{AB}}\,\overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{AB}}\,\overrightarrow{j}$$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Nous voudrions à présent obtenir les coordonnées $\left(x_{\overrightarrow{AB}}, y_{\overrightarrow{AB}}\right)$ qui vérifient, d'après notre définition

$$\overrightarrow{AB} = x_{\overrightarrow{AB}}\,\overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{AB}}\,\overrightarrow{j}$$

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Le problème, c'est de faire le lien entre $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.

Mais oui ! Bien sûr ! Utilisons notre bonne vieille ...

... relation de CHASLES !

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Le problème, c'est de faire le lien entre $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.
Mais oui ! Bien sûr ! Utilisons notre bonne vieille ...
... relation de CHASLES !

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Le problème, c'est de faire le lien entre $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.
Mais oui ! Bien sûr ! Utilisons notre bonne vieille ...
... relation de CHASLES !

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

En effet, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$

$$= -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$$= -\left(x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}\right) + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j}$$

$$= -x_A \overrightarrow{i} - y_A \overrightarrow{j} + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j}$$

$$= (x_B - x_A) \overrightarrow{i} + (y_B - y_A) \overrightarrow{j}$$

Or $\overrightarrow{AB} = x_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{j}$

Donc...

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

$$\begin{aligned} \text{En effet,}\quad \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \\ &= -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \\ &= -\left(x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}\right) + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j} \\ &= -x_A \overrightarrow{i} - y_A \overrightarrow{j} + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j} \\ &= \left(x_B - x_A\right) \overrightarrow{i} + \left(y_B - y_A\right) \overrightarrow{j} \end{aligned}$$

Or $\overrightarrow{AB} = x_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{j}$

Donc...

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

En effet, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$

$$\begin{aligned}
&= -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \\
&= -\left(x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}\right) + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j} \\
&= -x_A \overrightarrow{i} - y_A \overrightarrow{j} + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j} \\
&= (x_B - x_A) \overrightarrow{i} + (y_B - y_A) \overrightarrow{j}
\end{aligned}$$

Or $\overrightarrow{AB} = x_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{j}$

Donc...

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

En effet, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$

$$= -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$$= -\left(x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}\right) + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j}$$

$$= -x_A \overrightarrow{i} - y_A \overrightarrow{j} + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j}$$

$$= (x_B - x_A) \overrightarrow{i} + (y_B - y_A) \overrightarrow{j}$$

Or $\overrightarrow{AB} = x_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{j}$

Donc...

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

En effet,
$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}\\ &= -\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\\ &= -\left(x_A\,\overrightarrow{i}+y_A\,\overrightarrow{j}\right)+x_B\,\overrightarrow{i}+y_B\,\overrightarrow{j}\\ &= -x_A\,\overrightarrow{i}-y_A\,\overrightarrow{j}+x_B\,\overrightarrow{i}+y_B\,\overrightarrow{j}\\ &= (x_B-x_A)\,\overrightarrow{i}+(y_B-y_A)\,\overrightarrow{j}\end{aligned}$$

Or $\overrightarrow{AB}=x_{\overrightarrow{AB}}\,\overrightarrow{i}+y_{\overrightarrow{AB}}\,\overrightarrow{j}$

Donc...

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

En effet, $\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}\\ &= -\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\\ &= -\left(x_A\overrightarrow{i}+y_A\overrightarrow{j}\right)+x_B\overrightarrow{i}+y_B\overrightarrow{j}\\ &= -x_A\overrightarrow{i}-y_A\overrightarrow{j}+x_B\overrightarrow{i}+y_B\overrightarrow{j}\\ &= (x_B-x_A)\overrightarrow{i}+(y_B-y_A)\overrightarrow{j}\end{aligned}$

Or $\overrightarrow{AB}=x_{\overrightarrow{AB}}\overrightarrow{i}+y_{\overrightarrow{AB}}\overrightarrow{j}$

Donc...

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

En effet,
$$\begin{aligned}
\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \\
&= -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} \\
&= -\left(x_A \overrightarrow{i} + y_A \overrightarrow{j}\right) + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j} \\
&= -x_A \overrightarrow{i} - y_A \overrightarrow{j} + x_B \overrightarrow{i} + y_B \overrightarrow{j} \\
&= (x_B - x_A) \overrightarrow{i} + (y_B - y_A) \overrightarrow{j}
\end{aligned}$$

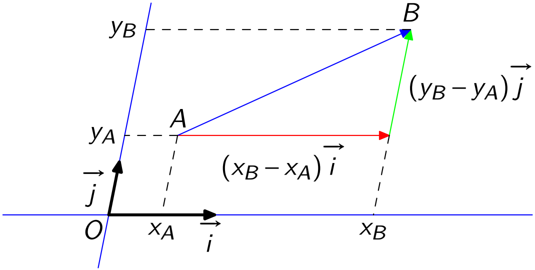
Or $\overrightarrow{AB} = x_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{i} + y_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{j}$

Donc...

Coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$

Théorème

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A, y_B - y_A)$



Combinaison linéaire de vecteurs

Supposons que nous travaillons dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et que nous connaissons deux vecteurs et leurs coordonnées :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \qquad \vec{w}\begin{pmatrix}9\\4\end{pmatrix}$$

On peut se demander quelles sont les coordonnées de $2\vec{u} - \vec{w}$.

Il suffit d'utiliser notre base.

$\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, donc $2\vec{u} = 4\vec{} + 6\vec{j}$

$\vec{w} = 9\vec{i} + 4\vec{j}$, donc $-\vec{w} = -9\vec{i} - 4\vec{j}$

Finalement

$2\vec{u} - \vec{w} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 9\vec{i} - 4\vec{j} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$

On *observe* donc que, sur cet exemple,

$$x_{2\vec{u}-\vec{w}} = 2x_{\vec{u}} - x_{\vec{w}} \qquad y_{2\vec{u}-\vec{w}} = 2y_{\vec{u}} - y_{\vec{w}}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Supposons que nous travaillons dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et que nous connaissons deux vecteurs et leurs coordonnées :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \qquad \vec{w}\begin{pmatrix}9\\4\end{pmatrix}$$

On peut se demander quelles sont les coordonnées de $2\vec{u} - \vec{w}$.
Il suffit d'utiliser notre base.

$\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, donc $2\vec{u} = 4\rightarrow + 6\vec{j}$

$\vec{w} = 9\vec{i} + 4\vec{j}$, donc $-\vec{w} = -9\vec{i} - 4\vec{j}$

Finalement

$2\vec{u} - \vec{w} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 9\vec{i} - 4\vec{j} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$

On *observe* donc que, sur cet exemple,

$$x_{2\vec{u}-\vec{w}} = 2x_{\vec{u}} - x_{\vec{w}} \qquad y_{2\vec{u}-\vec{w}} = 2y_{\vec{u}} - y_{\vec{w}}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Supposons que nous travaillons dans un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ et que nous connaissons deux vecteurs et leurs coordonnées :

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{w}\begin{pmatrix}9\\4\end{pmatrix}$$

On peut se demander quelles sont les coordonnées de $2\overrightarrow{u}-\overrightarrow{w}$.
Il suffit d'utiliser notre base.
$\overrightarrow{u}=2\overrightarrow{i}+3\overrightarrow{j}$, donc $2\overrightarrow{u}=4\overrightarrow{\ }+6\overrightarrow{j}$
$\overrightarrow{w}=9\overrightarrow{i}+4\overrightarrow{j}$, donc $-\overrightarrow{w}=-9\overrightarrow{i}-4\overrightarrow{j}$
Finalement
$2\overrightarrow{u}-\overrightarrow{w}=4\overrightarrow{i}+6\overrightarrow{j}-9\overrightarrow{i}-4\overrightarrow{j}=-5\overrightarrow{i}+2\overrightarrow{j}$
On *observe* donc que, sur cet exemple,

$$x_{2\overrightarrow{u}-\overrightarrow{w}}=2x_{\overrightarrow{u}}-x_{\overrightarrow{w}} \qquad y_{2\overrightarrow{u}-\overrightarrow{w}}=2y_{\overrightarrow{u}}-y_{\overrightarrow{w}}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Supposons que nous travaillons dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et que nous connaissons deux vecteurs et leurs coordonnées :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \qquad \vec{w}\begin{pmatrix}9\\4\end{pmatrix}$$

On peut se demander quelles sont les coordonnées de $2\vec{u} - \vec{w}$.
Il suffit d'utiliser notre base.
$\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, donc $2\vec{u} = 4\vec{\ } + 6\vec{j}$
$\vec{w} = 9\vec{i} + 4\vec{j}$, donc $-\vec{w} = -9\vec{i} - 4\vec{j}$
Finalement
$2\vec{u} - \vec{w} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 9\vec{i} - 4\vec{j} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$
On *observe* donc que, sur cet exemple,

$$x_{2\vec{u}-\vec{w}} = 2x_{\vec{u}} - x_{\vec{w}} \qquad y_{2\vec{u}-\vec{w}} = 2y_{\vec{u}} - y_{\vec{w}}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Supposons que nous travaillons dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et que nous connaissons deux vecteurs et leurs coordonnées :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \qquad \vec{w}\begin{pmatrix}9\\4\end{pmatrix}$$

On peut se demander quelles sont les coordonnées de $2\vec{u} - \vec{w}$.
Il suffit d'utiliser notre base.
$\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, donc $2\vec{u} = 4\rightarrow + 6\vec{j}$
$\vec{w} = 9\vec{i} + 4\vec{j}$, donc $-\vec{w} = -9\vec{i} - 4\vec{j}$
Finalement
$2\vec{u} - \vec{w} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 9\vec{i} - 4\vec{j} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$
On *observe* donc que, sur cet exemple,

$$x_{2\vec{u}-\vec{w}} = 2x_{\vec{u}} - x_{\vec{w}} \qquad y_{2\vec{u}-\vec{w}} = 2y_{\vec{u}} - y_{\vec{w}}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Supposons que nous travaillons dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et que nous connaissons deux vecteurs et leurs coordonnées :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \qquad \vec{w}\begin{pmatrix}9\\4\end{pmatrix}$$

On peut se demander quelles sont les coordonnées de $2\vec{u} - \vec{w}$.
Il suffit d'utiliser notre base.
$\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, donc $2\vec{u} = 4\rightarrow + 6\vec{j}$
$\vec{w} = 9\vec{i} + 4\vec{j}$, donc $-\vec{w} = -9\vec{i} - 4\vec{j}$
Finalement
$2\vec{u} - \vec{w} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 9\vec{i} - 4\vec{j} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$
On *observe* donc que, sur cet exemple,

$$x_{2\vec{u}-\vec{w}} = 2x_{\vec{u}} - x_{\vec{w}} \qquad y_{2\vec{u}-\vec{w}} = 2y_{\vec{u}} - y_{\vec{w}}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Il reste à prouver que cela reste vrai pour n'importe quel vecteur et n'importe quelle combinaison.

$$\vec{u}\begin{pmatrix} x_{\vec{u}} \\ y_{\vec{u}} \end{pmatrix} \qquad \vec{w}\begin{pmatrix} x_{\vec{w}} \\ y_{\vec{w}} \end{pmatrix}$$

Quelles sont les coordonnées du vecteur $a\vec{u}+b\vec{w}$, avec a et b des nombres réels fixés.

$$\begin{aligned} a\vec{u}+b\vec{w} &= a\left(x_{\vec{u}}\vec{i}+y_{\vec{u}}\vec{j}\right)+b\left(x_{\vec{w}}\vec{i}+y_{\vec{w}}\vec{j}\right) \\ &= ax_{\vec{u}}\vec{i}+ay_{\vec{u}}\vec{j}+bx_{\vec{w}}\vec{i}+by_{\vec{w}}\vec{j} \\ &= \left(ax_{\vec{u}}+bx_{\vec{w}}\right)\vec{i}+\left(ay_{\vec{u}}+by_{\vec{w}}\right)\vec{j} \end{aligned}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Il reste à prouver que cela reste vrai pour n'importe quel vecteur et n'importe quelle combinaison.

$$\vec{u}\begin{pmatrix} x_{\vec{u}} \\ y_{\vec{u}} \end{pmatrix} \qquad \vec{w}\begin{pmatrix} x_{\vec{w}} \\ y_{\vec{w}} \end{pmatrix}$$

Quelles sont les coordonnées du vecteur $a\vec{u} + b\vec{w}$, avec a et b des nombres réels fixés.

$$\begin{aligned} a\vec{u} + b\vec{w} &= a\left(x_{\vec{u}}\vec{i} + y_{\vec{u}}\vec{j}\right) + b\left(x_{\vec{w}}\vec{i} + y_{\vec{w}}\vec{j}\right) \\ &= ax_{\vec{u}}\vec{i} + ay_{\vec{u}}\vec{j} + bx_{\vec{w}}\vec{i} + by_{\vec{w}}\vec{j} \\ &= \left(ax_{\vec{u}} + bx_{\vec{w}}\right)\vec{i} + \left(ay_{\vec{u}} + by_{\vec{w}}\right)\vec{j} \end{aligned}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Il reste à prouver que cela reste vrai pour n'importe quel vecteur et n'importe quelle combinaison.

$$\vec{u}\begin{pmatrix} x_{\vec{u}} \\ y_{\vec{u}} \end{pmatrix} \qquad \vec{w}\begin{pmatrix} x_{\vec{w}} \\ y_{\vec{w}} \end{pmatrix}$$

Quelles sont les coordonnées du vecteur $a\vec{u}+b\vec{w}$, avec a et b des nombres réels fixés.

$$\begin{aligned} a\vec{u}+b\vec{w} &= a\left(x_{\vec{u}}\vec{i}+y_{\vec{u}}\vec{j}\right)+b\left(x_{\vec{w}}\vec{i}+y_{\vec{w}}\vec{j}\right) \\ &= ax_{\vec{u}}\vec{i}+ay_{\vec{u}}\vec{j}+bx_{\vec{w}}\vec{i}+by_{\vec{w}}\vec{j} \\ &= \left(ax_{\vec{u}}+bx_{\vec{w}}\right)\vec{i}+\left(ay_{\vec{u}}+by_{\vec{w}}\right)\vec{j} \end{aligned}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Il reste à prouver que cela reste vrai pour n'importe quel vecteur et n'importe quelle combinaison.

$$\vec{u}\begin{pmatrix} x_{\vec{u}} \\ y_{\vec{u}} \end{pmatrix} \qquad \vec{w}\begin{pmatrix} x_{\vec{w}} \\ y_{\vec{w}} \end{pmatrix}$$

Quelles sont les coordonnées du vecteur $a\vec{u}+b\vec{w}$, avec a et b des nombres réels fixés.

$$\begin{aligned} a\vec{u}+b\vec{w} &= a\left(x_{\vec{u}}\vec{i}+y_{\vec{u}}\vec{j}\right)+b\left(x_{\vec{w}}\vec{i}+y_{\vec{w}}\vec{j}\right) \\ &= ax_{\vec{u}}\vec{i}+ay_{\vec{u}}\vec{j}+bx_{\vec{w}}\vec{i}+by_{\vec{w}}\vec{j} \\ &= \left(ax_{\vec{u}}+bx_{\vec{w}}\right)\vec{i}+\left(ay_{\vec{u}}+by_{\vec{w}}\right)\vec{j} \end{aligned}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Il reste à prouver que cela reste vrai pour n'importe quel vecteur et n'importe quelle combinaison.

$$\vec{u}\begin{pmatrix} x_{\vec{u}} \\ y_{\vec{u}} \end{pmatrix} \qquad \vec{w}\begin{pmatrix} x_{\vec{w}} \\ y_{\vec{w}} \end{pmatrix}$$

Quelles sont les coordonnées du vecteur $a\vec{u}+b\vec{w}$, avec a et b des nombres réels fixés.

$$\begin{aligned} a\vec{u}+b\vec{w} &= a\left(x_{\vec{u}}\vec{i}+y_{\vec{u}}\vec{j}\right)+b\left(x_{\vec{w}}\vec{i}+y_{\vec{w}}\vec{j}\right) \\ &= ax_{\vec{u}}\vec{i}+ay_{\vec{u}}\vec{j}+bx_{\vec{w}}\vec{i}+by_{\vec{w}}\vec{j} \\ &= \left(ax_{\vec{u}}+bx_{\vec{w}}\right)\vec{i}+\left(ay_{\vec{u}}+by_{\vec{w}}\right)\vec{j} \end{aligned}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Il reste à prouver que cela reste vrai pour n'importe quel vecteur et n'importe quelle combinaison.

$$\vec{u}\begin{pmatrix} x_{\vec{u}} \\ y_{\vec{u}} \end{pmatrix} \qquad \vec{w}\begin{pmatrix} x_{\vec{w}} \\ y_{\vec{w}} \end{pmatrix}$$

Quelles sont les coordonnées du vecteur $a\vec{u}+b\vec{w}$, avec a et b des nombres réels fixés.

$$\begin{aligned} a\vec{u}+b\vec{w} &= a\left(x_{\vec{u}}\vec{i}+y_{\vec{u}}\vec{j}\right)+b\left(x_{\vec{w}}\vec{i}+y_{\vec{w}}\vec{j}\right) \\ &= ax_{\vec{u}}\vec{i}+ay_{\vec{u}}\vec{j}+bx_{\vec{w}}\vec{i}+by_{\vec{w}}\vec{j} \\ &= \left(ax_{\vec{u}}+bx_{\vec{w}}\right)\vec{i}+\left(ay_{\vec{u}}+by_{\vec{w}}\right)\vec{j} \end{aligned}$$

Combinaison linéaire de vecteurs

Théorème

Nous retiendrons donc que le vecteur $a\vec{u}+b\vec{w}$ *a pour coordonnées* $\left(ax_{\vec{u}}+bx_{\vec{w}}, ay_{\vec{u}}+by_{\vec{w}}\right)$

Au fait, que veut dire *combinaison linéaire* à votre avis ?
Les coordonnées d'une combinaison de vecteurs sont égales aux combinaisons des coordonnées...

Combinaison linéaire de vecteurs

Théorème

Nous retiendrons donc que le vecteur $a\vec{u} + b\vec{w}$ *a pour coordonnées* $\left(ax_{\vec{u}} + bx_{\vec{w}}, ay_{\vec{u}} + by_{\vec{w}}\right)$

Au fait, que veut dire *combinaison linéaire* à votre avis ?
Les coordonnées d'une combinaison de vecteurs sont égales aux combinaisons des coordonnées...

Combinaison linéaire de vecteurs

Théorème

Nous retiendrons donc que le vecteur $a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w}$ *a pour coordonnées* $\left(ax_{\overrightarrow{u}} + bx_{\overrightarrow{w}}, ay_{\overrightarrow{u}} + by_{\overrightarrow{w}}\right)$

Au fait, que veut dire *combinaison linéaire* à votre avis ?

Les coordonnées d'une combinaison de vecteurs sont égales aux combinaisons des coordonnées...

Combinaison linéaire de vecteurs

Théorème

Nous retiendrons donc que le vecteur $a\overrightarrow{u} + b\overrightarrow{w}$ *a pour coordonnées* $\left(ax_{\overrightarrow{u}} + bx_{\overrightarrow{w}}, ay_{\overrightarrow{u}} + by_{\overrightarrow{w}}\right)$

Au fait, que veut dire *combinaison linéaire* à votre avis ?
Les coordonnées d'une combinaison de vecteurs sont égales aux combinaisons des coordonnées...

Coordonnées du milieu d'un segment

Soit I le milieu d'un segment $[A; B]$. Supposons que nous connaissions les coordonnées de A et B. Comment en déduire les coordonnées de I ?

Qui dit coordonnées de I dans $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ dit coordonnées de $\overrightarrow{OI}$ dans la base $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

Il faudrait donc essayer de relier $\overrightarrow{OI}$ avec $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$...

Que connaissez-vous comme relation vectorielle entre I, A et B ?

Coordonnées du milieu d'un segment

Soit I le milieu d'un segment $[A; B]$. Supposons que nous connaissions les coordonnées de A et B. Comment en déduire les coordonnées de I ?
Qui dit coordonnées de I dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$ dit coordonnées de $\overrightarrow{OI}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$.

Il faudrait donc essayer de relier $\overrightarrow{OI}$ avec $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$...

Que connaissez-vous comme relation vectorielle entre I, A et B ?

Coordonnées du milieu d'un segment

Soit I le milieu d'un segment $[A; B]$. Supposons que nous connaissions les coordonnées de A et B. Comment en déduire les coordonnées de I ?
Qui dit coordonnées de I dans $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ dit coordonnées de $\overrightarrow{OI}$ dans la base $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.
Il faudrait donc essayer de relier $\overrightarrow{OI}$ avec $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$...
Que connaissez-vous comme relation vectorielle entre I, A et B ?

Coordonnées du milieu d'un segment

Soit I le milieu d'un segment $[A; B]$. Supposons que nous connaissions les coordonnées de A et B. Comment en déduire les coordonnées de I ?
Qui dit coordonnées de I dans $(O, \vec{i}, \vec{j})$ dit coordonnées de $\overrightarrow{OI}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$.
Il faudrait donc essayer de relier $\overrightarrow{OI}$ avec $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$...
Que connaissez-vous comme relation vectorielle entre I, A et B ?

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

Il nous manque O...comment faire ?

La relation de CHASLES of course...

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{IO} = -\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$$2\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

Il nous manque O...comment faire ?

La relation de CHASLES of course...

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{IO} = -\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$$2\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
Il nous manque O...comment faire ?
La relation de CHASLES of course...

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{IO} = -\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$$2\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
Il nous manque O...comment faire ?
La relation de CHASLES of course...

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{IO} = -\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$$2\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
Il nous manque O...comment faire ?
La relation de CHASLES of course...

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{IO} = -\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$$2\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
Il nous manque O...comment faire ?
La relation de CHASLES of course...

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{IO} = -\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$$2\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

Coordonnées du milieu d'un segment

Par exemple $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
Il nous manque O...comment faire ?
La relation de CHASLES of course...

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{IO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} - \overrightarrow{IO} = -\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

$$\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

$$2\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$$

Coordonnées du milieu d'un segment

$$\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$$

et donc

Théorème

Le milieu I de $[A;B]$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}, \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$

Coordonnées du milieu d'un segment

$$\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right)$$

et donc

Théorème

Le milieu I de $[A\,;B]$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}, \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$

Sommaire

Rappelez-vous : si deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires, cela veut dire qu'il existe un réel k tel que...

$$\dots \overrightarrow{u'} = k\,\overrightarrow{u}$$

Point de vue coordonnées, ça donne...

... $x' = kx$ et $y' = ky$

Que pensez-vous de $x'y - y'x$?

Et oui, c'est...

Rappelez-vous : si deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires, cela veut dire qu'il existe un réel k tel que...

$$\ldots \overrightarrow{u'} = k\overrightarrow{u}$$

Point de vue coordonnées, ça donne...

... $x' = kx$ et $y' = ky$

Que pensez-vous de $x'y - y'x$?

Et oui, c'est...

Rappelez-vous : si deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires, cela veut dire qu'il existe un réel k tel que...

$$\ldots\overrightarrow{u'} = k\overrightarrow{u}$$

Point de vue coordonnées, ça donne...

... $x' = kx$ et $y' = ky$

Que pensez-vous de $x'y - y'x$?

Et oui, c'est...

Rappelez-vous : si deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires, cela veut dire qu'il existe un réel k tel que...

$$\ldots \overrightarrow{u'} = k\overrightarrow{u}$$

Point de vue coordonnées, ça donne...
... $x' = kx$ et $y' = ky$
Que pensez-vous de $x'y - y'x$?
Et oui, c'est...

Rappelez-vous : si deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires, cela veut dire qu'il existe un réel k tel que...

$$\dots\overrightarrow{u'} = k\overrightarrow{u}$$

Point de vue coordonnées, ça donne...
... $x' = kx$ et $y' = ky$
Que pensez-vous de $x'y - y'x$?
Et oui, c'est...

Rappelez-vous : si deux vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires, cela veut dire qu'il existe un réel k tel que...

$$\ldots \overrightarrow{u'} = k\overrightarrow{u}$$

Point de vue coordonnées, ça donne...
... $x' = kx$ et $y' = ky$
Que pensez-vous de $x'y - y'x$?
Et oui, c'est...

Théorème de Némo

...nul

Théorème

$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{u'}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si, et seulement si,

$$x'y - yx' = 0$$

Pourquoi l'ai-je appelé Némo ?

Théorème de Némo

...nul

Théorème

$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{u'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires si, et seulement si,

$$x'y - yx' = 0$$

Pourquoi l'ai-je appelé Némo ?

Théorème de Némo

...nul

Théorème

$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{u'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires si, et seulement si,

$$x'y - yx' = 0$$

Pourquoi l'ai-je appelé Némo ?

Théorème de Némo

...nul

Théorème

$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{u'}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires si, et seulement si,

$$x'y - yx' = 0$$

Pourquoi l'ai-je appelé Némo ?

Montrer que 3 points sont alignés

Est-ce que les points $A(2\,;3)$, $B(5\,;7)$ et $C(-6\,;-8)$ sont alignés ?

Le théorème de Némo devrait vous aider à trouver...

Regardez $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$...

Montrer que 3 points sont alignés

Est-ce que les points $A(2\,;3)$, $B(5\,;7)$ et $C(-6\,;-8)$ sont alignés ?
Le théorème de Némo devrait vous aider à trouver...
Regardez $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$...

Montrer que 3 points sont alignés

Est-ce que les points $A(2\,;3)$, $B(5\,;7)$ et $C(-6\,;-8)$ sont alignés ?
Le théorème de Némo devrait vous aider à trouver...
Regardez $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$...

Est-ce que des droites sont parallèles ?

$A(-4\,;-1)$, $B(4\,;5)$, $C(3\,;-2)$ et $D(7\,;1)$.
Est-ce que les droites (AB) et (CD) sont paralèles ?

Sommaire

Considérons deux points fixés A et B. Comment traduire vectoriellement qu'un point M appartient à la droite (AB) ?

Pas d'idée ? Que pensez-vous des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$?

Bien joué ! Ils sont colinéaires ! Comment en déduire une équation de (AB), c'est à dire une relation entre les ordonnées et les abscisses des points de (AB) ?

Le théorème de Némo bien sûr ! Vous n'êtes pas convaincu(e) ? Voyons un exemple.

Considérons deux points fixés A et B. Comment traduire vectoriellement qu'un point M appartient à la droite (AB) ?

Pas d'idée ? Que pensez-vous des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$?

Bien joué ! Ils sont colinéaires ! Comment en déduire une équation de (AB), c'est à dire une relation entre les ordonnées et les abscisses des points de (AB) ?

Le théorème de Némo bien sûr ! Vous n'êtes pas convaincu(e) ? Voyons un exemple.

Considérons deux points fixés A et B. Comment traduire vectoriellement qu'un point M appartient à la droite (AB) ?

Pas d'idée ? Que pensez-vous des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$?

Bien joué ! Ils sont colinéaires ! Comment en déduire une équation de (AB), c'est à dire une relation entre les ordonnées et les abscisses des points de (AB) ?

Le théorème de Némo bien sûr ! Vous n'êtes pas convaincu(e) ? Voyons un exemple.

Considérons deux points fixés A et B. Comment traduire vectoriellement qu'un point M appartient à la droite (AB) ?
Pas d'idée ? Que pensez-vous des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$?
Bien joué ! Ils sont colinéaires ! Comment en déduire une équation de (AB), c'est à dire une relation entre les ordonnées et les abscisses des points de (AB) ?
Le théorème de Némo bien sûr ! Vous n'êtes pas convaincu(e) ? Voyons un exemple.

Détermination d'une équation de droite

Prenons A$(2\,;3)$ et B$(-1\,;5)$. Un point M$(x\,;y)$ appartient à (AB) si, et seulement si,...

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-2\\y-3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\2\end{pmatrix}$ sont colinéaires, c'est à dire...

... si, et seulement si, $2(x-2)-(-3)(y-3)=0$

ce qui donne, après calculs $2x+3y-13=0$. Un petit remaniement nous permet de retrouver une écriture habituelle...

$$y=-\frac{2}{3}x+\frac{13}{3}$$

Détermination d'une équation de droite

Prenons A(2 ; 3) et B(−1 ; 5). Un point M(x ; y) appartient à (AB) si, et seulement si,...

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-2 \\ y-3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ sont colinéaires, c'est à dire...

... si, et seulement si, $2(x-2)-(-3)(y-3)=0$

ce qui donne, après calculs $2x+3y-13=0$. Un petit remaniement nous permet de retrouver une écriture habituelle...

$$y=-\frac{2}{3}x+\frac{13}{3}$$

Détermination d'une équation de droite

Prenons A(2 ; 3) et B(−1 ; 5). Un point M(x ; y) appartient à (AB) si, et seulement si,...

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-2 \\ y-3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ sont colinéaires, c'est à dire...

... si, et seulement si, $2(x-2)-(-3)(y-3)=0$

ce qui donne, après calculs $2x+3y-13=0$. Un petit remaniement nous permet de retrouver une écriture habituelle...

$$y=-\frac{2}{3}x+\frac{13}{3}$$

Détermination d'une équation de droite

Prenons A(2 ; 3) et B(−1 ; 5). Un point M(x ; y) appartient à (AB) si, et seulement si,...

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-2 \\ y-3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ sont colinéaires, c'est à dire...

... si, et seulement si, $2(x-2)-(-3)(y-3)=0$

ce qui donne, après calculs $2x+3y-13=0$. Un petit remaniement nous permet de retrouver une écriture habituelle...

$$y=-\frac{2}{3}x+\frac{13}{3}$$

Détermination d'une équation de droite

Prenons A(2 ; 3) et B(−1 ; 5). Un point M(x ; y) appartient à (AB) si, et seulement si,...

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-2 \\ y-3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ sont colinéaires, c'est à dire...

... si, et seulement si, $2(x-2)-(-3)(y-3)=0$

ce qui donne, après calculs $2x+3y-13=0$. Un petit remaniement nous permet de retrouver une écriture habituelle...

$$y=-\frac{2}{3}x+\frac{13}{3}$$

Vecteur directeur

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour direction celle de la droite (AB) : on dit que c'est un *vecteur directeur* de la droite(AB).

Il doit exister un lien entre vecteur directeur et coefficient directeur...trouvez-le !

Vecteur directeur

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour direction celle de la droite (AB) : on dit que c'est un *vecteur directeur* de la droite(AB).

Il doit exister un lien entre vecteur directeur et coefficient directeur...trouvez-le !

Coordonnées du centre de gravité d'un triangle

Soit ABC un triangle. On note A' le milieu de $[BC]$, B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB]. Comme vous le savez, le centre de gravité G du triangle ABC est l'intersection des médianes.
On se place dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

- Quelles sont les coordonnées de A, B, C, A', B' et C' ?
- Déterminez des équations des droites (AA') et (BB').
- Déduisez-en les coordonnées de G.
- Calculez les coordonnées de $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{AG}$ puis retrouvez une propriété vue en 3ème.
- Déterminez les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}$.

Coordonnées du centre de gravité d'un triangle

Soit ABC un triangle. On note A' le milieu de $[BC]$, B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB]. Comme vous le savez, le centre de gravité G du triangle ABC est l'intersection des médianes.
On se place dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

- Quelles sont les coordonnées de A, B, C, A', B' et C' ?
- Déterminez des équations des droites (AA') et (BB').
- Déduisez-en les coordonnées de G.
- Calculez les coordonnées de $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{AG}$ puis retrouvez une propriété vue en 3ème.
- Déterminez les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

Coordonnées du centre de gravité d'un triangle

Soit ABC un triangle. On note A' le milieu de $[BC]$, B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB]. Comme vous le savez, le centre de gravité G du triangle ABC est l'intersection des médianes.
On se place dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

- Quelles sont les coordonnées de A, B, C, A', B' et C' ?
- Déterminez des équations des droites (AA') et (BB').
- Déduisez-en les coordonnées de G.
- Calculez les coordonnées de $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{AG}$ puis retrouvez une propriété vue en 3ème.
- Déterminez les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

Coordonnées du centre de gravité d'un triangle

Soit ABC un triangle. On note A' le milieu de $[BC]$, B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB]. Comme vous le savez, le centre de gravité G du triangle ABC est l'intersection des médianes.
On se place dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

- Quelles sont les coordonnées de A, B, C, A', B' et C' ?
- Déterminez des équations des droites (AA') et (BB').
- Déduisez-en les coordonnées de G.
- Calculez les coordonnées de $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{AG}$ puis retrouvez une propriété vue en 3ème.
- Déterminez les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

Coordonnées du centre de gravité d'un triangle

Soit ABC un triangle. On note A' le milieu de $[BC]$, B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB]. Comme vous le savez, le centre de gravité G du triangle ABC est l'intersection des médianes.
On se place dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

- Quelles sont les coordonnées de A, B, C, A', B' et C' ?
- Déterminez des équations des droites (AA') et (BB').
- Déduisez-en les coordonnées de G.
- Calculez les coordonnées de $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{AG}$ puis retrouvez une propriété vue en $3^{\text{ème}}$.
- Déterminez les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

Coordonnées du centre de gravité d'un triangle

Soit ABC un triangle. On note A' le milieu de $[BC]$, B' le milieu de [AC] et C' le milieu de [AB]. Comme vous le savez, le centre de gravité G du triangle ABC est l'intersection des médianes.
On se place dans le repère $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.

- Quelles sont les coordonnées de A, B, C, A', B' et C' ?
- Déterminez des équations des droites (AA') et (BB').
- Déduisez-en les coordonnées de G.
- Calculez les coordonnées de $\overrightarrow{AA'}$ et $\overrightarrow{AG}$ puis retrouvez une propriété vue en $3^{\text{ème}}$.
- Déterminez les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

Sommaire

Définition

Un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est dit *orthogonal* lorsque les droites $(O, \overrightarrow{i})$ et $(O, \overrightarrow{j})$ sont perpendiculaires.

Un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est dit *orthonormal* lorsqu'il est orthogonal et que les vecteurs $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ sont tous deux de norme 1.

Définition

Un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est dit *orthogonal* lorsque les droites $(O, \overrightarrow{i})$ et $(O, \overrightarrow{j})$ sont perpendiculaires.

Un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est dit *orthonormal* lorsqu'il est orthogonal et que les vecteurs $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ sont tous deux de norme 1.

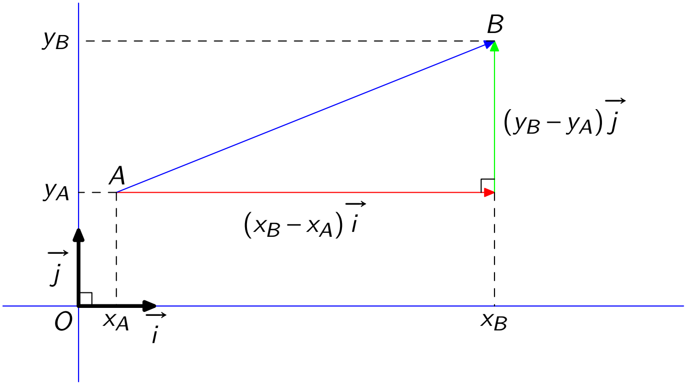
Définition

Un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est dit *orthogonal* lorsque les droites $(O, \overrightarrow{i})$ et $(O, \overrightarrow{j})$ sont perpendiculaires.

Un repère $(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ est dit *orthonormal* lorsqu'il est orthogonal et que les vecteurs $\overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ sont tous deux de norme 1.

Distance dans un R.O.N.

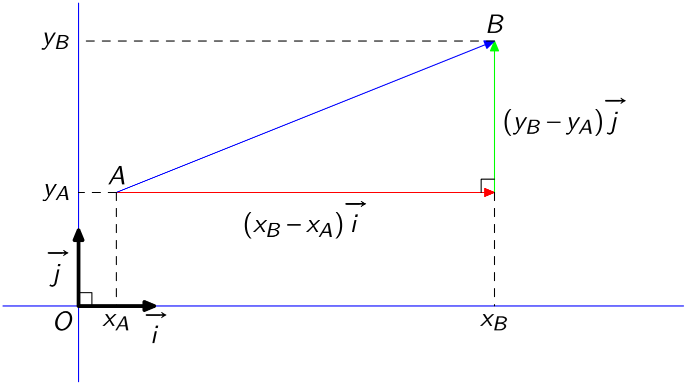
Observez cette magnifique figure



Pouvez-vous calculer la distance AB en fonction des coordonnées de A et de B ?

Distance dans un R.O.N.

Observez cette magnifique figure



Pouvez-vous calculer la distance AB en fonction des coordonnées de A et de B ?

Distance dans un R.O.N.

Bon sang mais c'est bien sûr ! Grâce à notre bon vieux théorème de Pythagore !

Effectuez la démonstration et précisez pourquoi ce calcul n'est valable que dans un R.O.N.

Distance dans un R.O.N.

Bon sang mais c'est bien sûr ! Grâce à notre bon vieux théorème de Pythagore !
Effectuez la démonstration et précisez pourquoi ce calcul n'est valable que dans un R.O.N.

Montrer qu'un quadrilatère est un rectangle

Dans un R.O.N. $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les quatre points

$$A(-1\,;3) \quad B(3\,;\sqrt{5}) \quad C(2\,;-3) \quad D(-2\,;-\sqrt{5})$$

Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

Équation de cercle

Le plan est muni d'un R.O.N. $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- Les points $A(-3\,;-4)$, $B(1{,}8\,;4{,}7)$ et $\mathrm{C}(1{,}4\,;-4{,}8)$ sont-ils sur le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 5 ?
- À quelle condition sur x et y un point $\mathrm{M}(x\,;y)$ est-il sur $\mathscr{C}$?

Équation de cercle

Le plan est muni d'un R.O.N. $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- Les points $A(-3\,;-4)$, $B(1{,}8\,;4{,}7)$ et $\mathrm{C}(1{,}4\,;-4{,}8)$ sont-ils sur le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 5 ?
- À quelle condition sur x et y un point $\mathrm{M}(x\,;y)$ est-il sur $\mathscr{C}$?